

Testul nr. 1 - 20.11.2003

1. Dați definiția hărților locale compatibile pe o varietate diferențiabilă.
R: Cap1, pg. 4-6
2. Dați definiția unui difeomorfism de clasă C^∞ între două varietăți diferențiabile.
R: Cap1, pg. 8-9

3. Cum se transformă la schimbarea de coordonate pe o varietate diferențiabilă următoarele obiecte :

$$\begin{aligned}
 \text{a) tensorul } T_{bc}^a & \quad R : T_{bc}^a = \frac{\partial x^a}{\partial x^d} \frac{\partial x^e}{\partial x^b} \frac{\partial x^f}{\partial x^c} T_{ef}^d \\
 \text{b) vectorul } V^a & \quad R : V^a = \frac{\partial x^a}{\partial x^b} V^b \\
 \text{c) } \partial_i V^j & \quad R : \partial_i V^j = \frac{\partial x^k}{\partial x^i} \frac{\partial^2 x^j}{\partial x^k \partial x^n} V^n + \frac{\partial x^k}{\partial x^i} \frac{\partial x^j}{\partial x^n} \partial_k V^n \\
 \text{d) } T_{bc}^a \nabla_a V^i & \quad R : T_{bc}^a \nabla_a V^i = \frac{\partial x^i}{\partial x^d} \frac{\partial x^e}{\partial x^b} \frac{\partial x^f}{\partial x^c} T_{ef}^a \nabla_a V^d
 \end{aligned}$$

unde $i, j, a, b = \overline{1, n}$, n fiind dimensiunea varietății.

4) Cum se calculează derivatele covariante ale :

$$\begin{aligned}
 \text{a) vectorului } V_a & \quad R : \nabla_b V_a = \partial_b V_a - \Gamma_{ba}^c V_c \\
 \text{b) scalarului } \Phi & \quad R : \nabla_a \Phi = \partial_a \Phi \\
 \text{c) tensorului } T_c^{ab} & \quad R : \nabla_d T_{bc}^a = \partial_d T_{bc}^a + \Gamma_{de}^a T_{bc}^e - \Gamma_{db}^f T_{fc}^a - \Gamma_{dc}^f T_{bf}^a \\
 \text{d) tensorului } V_a T_c^{ab} & \quad R : \nabla_d (V_a T_c^{ab}) = \partial_d (V_a T_c^{ab}) + \Gamma_{df}^b V_a T_c^{af} - \Gamma_{dc}^f V_a T_f^{ab}
 \end{aligned}$$

unde $a, b = \overline{1, n}$, n fiind dimensiunea varietății.

5) Cum se definește o curbă diferențiabilă de clasă C^∞ și vectorul ei tangent pe o varietate diferențiabilă ?

R: Cap2., pg. 11-12

Prof.Dr. D. Vulcanov