

Raport științific

privind implementarea proiectului în perioada octombrie – decembrie 2015

Obiectivul O3. Modelarea curgerii topiturii și a distribuției de impurități sub influența câmpului electromagnetic într-o instalație de solidificare direcțională la scară industrială

Tehnologia modernă pentru celule solare este bazată pe siliciu cristalin, din care peste 60% este obținut prin metoda solidificării direcționale (SD) [1]. Pentru a reduce costurile, există două direcții principale pe care se bazează SD pentru obținerea siliciului fotovoltaic: creșterea dimensiunii creuzetului și utilizarea unei materii prime de o puritate mai scăzută. Însă, aceste metode pot cauza probleme asociate deflecției prea ridicate a interfeței de cristalizare, acumularea mai multor impurități în timpul mai lung de creștere necesar pentru creșterea lingourilor de dimensiuni mai mari sau din cauza purității scăzute a materiei prime [2] ducând la destabilizări morfologice ale interfeței de creștere [3] sau la precipitarea acestora după ce limita de solubilitate este atinsă [4-6]. Soluția pentru aceste probleme o reprezintă controlul structurii de curgere. O omogenizare completă este necesară pentru a obține o distribuție optimă a impurităților deoarece acest lucru ar reduce dimensiunea stratului limită de impurități de la nivelul interfeței de solidificare și ar conduce la profile optime de segregare axială. Datorită faptului că în metoda solidificării direcționale temperatura este mai caldă în parte superioară a creuzetului decât în partea sa inferioară, deoarece solidificarea începe de jos, o convecție naturală puternică, ce ar conduce la o mai bună amestecare a topiturii, nu poate fi obținută. Pentru acest lucru este necesară utilizarea unei convecții forțate.

Există câteva studii efectuate asupra modului de obținere a convecției forțate a topiturii prin utilizarea unor câmpuri magnetice de tip travelling (TMF) [7-10], sau rotaționale (RMF) [11,12] sau de tip caroussel [13], în timp ce alte studii se bazează pe utilizarea unei amestecări mecanice a topiturii [14] sau pe o amestecare cu ajutorul vibrațiilor ultrasonice [15]. Câmpurile magnetice reprezintă un instrument puternic pentru controlul convecției în topituri electroconductoare și, prin urmare, joacă un rol important în optimizarea proceselor de creștere ale cristalelor semiconductoare [16]. O abordare interesantă, propusă recent [17-19], se bazează pe o combinație între un câmp magnetic vertical și un curent electric generând astfel un câmp electromagnetic (EMF) ce duce la o amestecare a topiturii. Însă, efectul amestecării electromagnetice a topiturii asupra distribuției de impurități într-un proces de solidificare direcțională nu a fost investigat până acum. Activitățile descrise în continuare își propun să studieze efectele pe care amestecarea electromagnetică o are asupra distribuției de impurități ce provin din pereții creuzetului.

Activitatea 3.2 Implementarea în STHMAS3D a unui model de formare a precipitațiilor

STHAMAS3D a fost dezvoltat de către Prof.dr. Daniel Vizman, directorul proiectului, la Institutul Fraunhofer IISB din Erlangen Germania. Scopul programului este de a rezolva ecuațiile care guvernează curgerea fluidului în procesele de creștere a cristalelor. În cadrul acestei activități a fost dezvoltat un model de transport al impurităților într-o topitură de Siliciu, a căror aglomerare poate duce la formarea de precipitații. STHMAS3D este un software specializat cu ajutorul căruia se pot efectua simulări numerice tridimensionale dependente de

timp pe o rețea numerică bloc - structurată neortogonală. Un exemplu de volum finit utilizat în STHAMAS3D este reprezentat în Figura 1 în care n_i , n_j , n_k reprezintă numărul de puncte în direcțiile i , j și k .

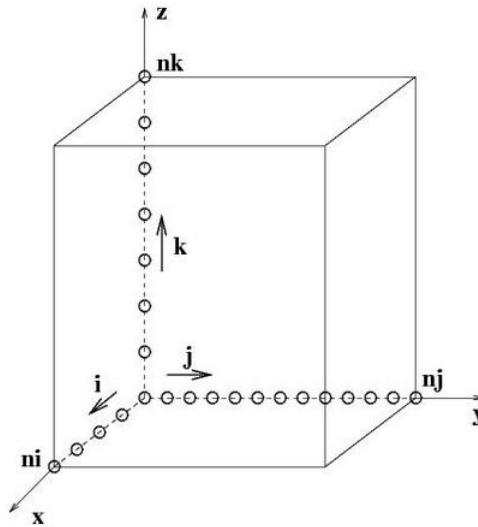


Figura 1. Schema unui volum finit utilizat în STHAMAS3D [20]

Programul permite atât realizarea unor simulări globale cât și a simulărilor locale, spre exemplu, pentru a descrie subsistemul cristal-topitură pentru o configurație specifică solidificării direcționale.

Procedura de discretizare a STHAMAS3D este bazată pe metoda volumului finit metodă cunoscută ca fiind frecvent utilizată în rezolvarea de probleme de curgere a fluidului. Metoda volumului finit pornește de la forma integrală a ecuațiilor de conservare a masei, impulsului și energiei. Domeniul de calcul este subîmpărțit într-un număr finit de volume de control, iar ecuațiile de conservare se aplică fiecărui element. În centrul fiecărui astfel volum de control se găsește un nod central în care se vor calcula valorile variabilelor. Valorile variabilelor la suprafața volumului sunt exprimate prin interpolare în funcție de valorile din nodul central. Pentru fiecare volum finit se va obține o ecuație algebrică prin calculul integralei de suprafață în urma aproximării cu diferențe finite a derivatelor ce intervin în aceasta.

Domeniul de calcul folosit pentru studiul configurației de interes pentru acest proiect constă din topitură și cristal de siliciu așa cum se vede în Figura 2. Creuzetul paralelipipedic de dimensiuni $38 \times 38 \times 40 \text{ cm}^3$ corespunde standardului G2 pentru dimensiunea lingourilor de siliciu.

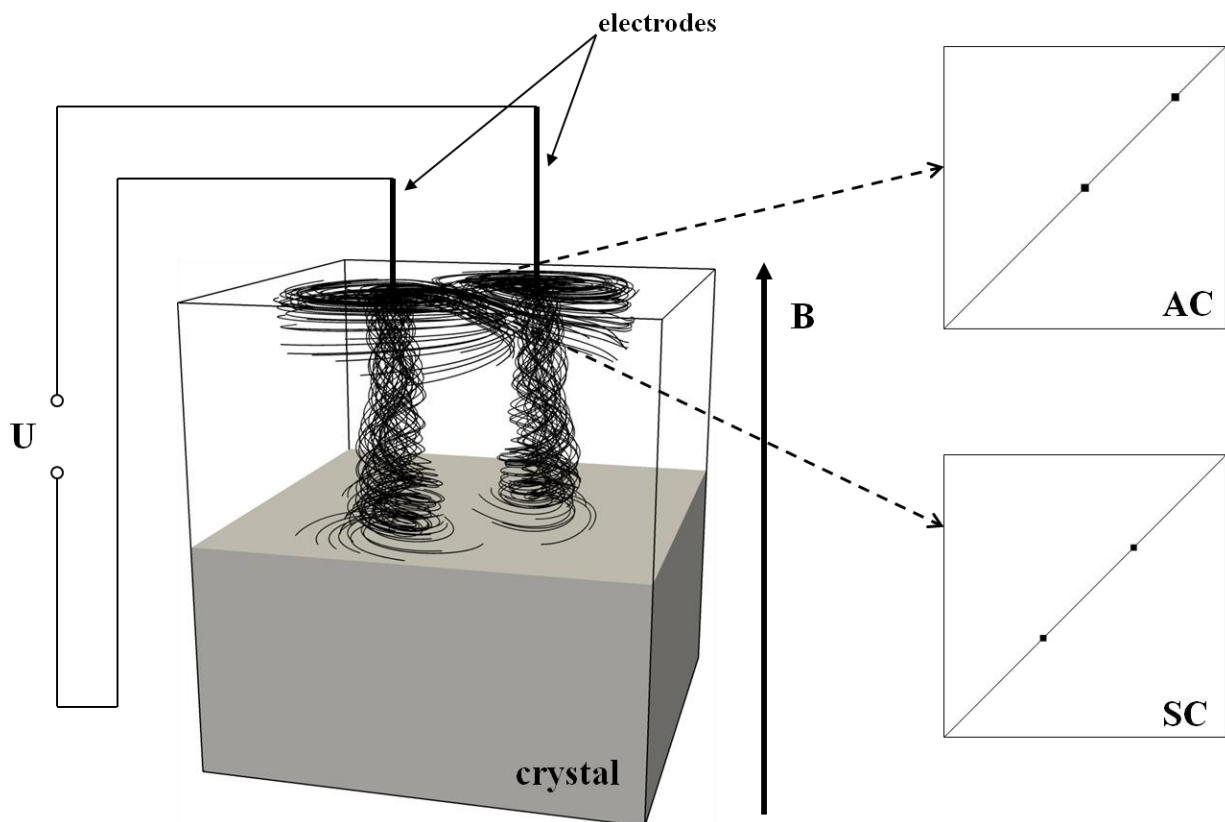


Figura 2. Reprezentarea schematică a domeniului de calcul și a poziționării electrozilor

La suprafața liberă, au fost poziționați doi electrozi prin care un curent electric este injectat în topitură. Două tipuri de configurații ale electrozilor au fost utilizate în simulări:

- o configurație asimetrică (AC): un electrod este poziționat în centrul suprafeței libere a topiturii și un al doilea electrod este poziționat la 1/3 din lungimea diagonalei față de colț;
- o configurație simetrică (SC): cei doi electrozi sunt poziționați, pe o diagonală, simetric față de punctul din centru, la 1/3 și 2/3 din lungimea diagonalei față de punctul din stânga jos, așa cum se vede în Figura 3.

Pentru a studia influența câmpului electromagnetic asupra transportului de impurități și asupra ratei de disoluție a creuzetului pentru un proces de solidificare direcțională în siliciu, ecuațiile de transport trebuie rezolvate împreună cu ecuația potențialului scalar.

Calitatea simulărilor efectuate depinde în mare măsură și de alegerea rețelei de calcul. De aceea în STHAMAS3D s-a folosit o procedură de detectare a fazei astfel că la fiecare pas de timp rețeaua este deformată astfel încât interfața solid-lichid să corespundă întotdeauna temperaturii de solidificare. De asemenea, la pereți se realizează o îndesire a rețelei de calcul pentru a rezolva straturile limită așa cum se observă în Figura 3.

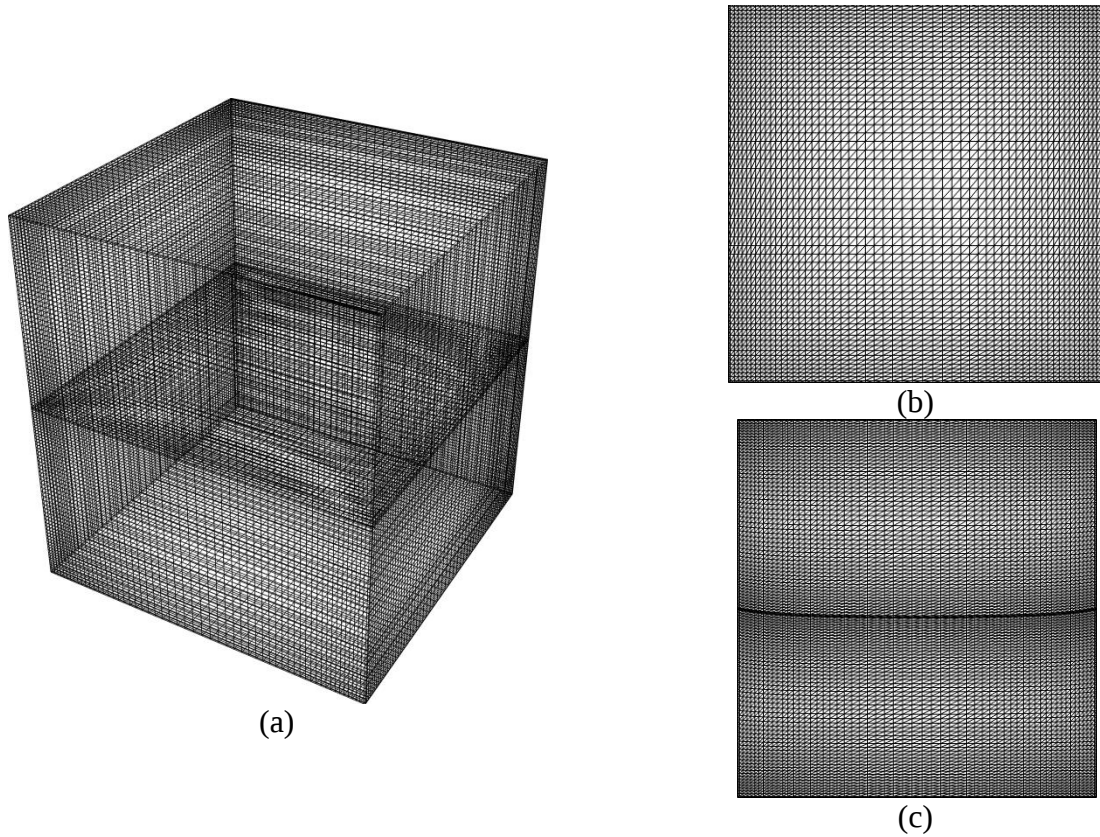


Figura 3. Rețeaua de calcul utilizată în modelările numerice; vedere de ansamblu (a), secțiune de orizontală (b) și secțiune verticală (c)

Pentru descrierea curgerilor turbulente în STHAMAS3D se folosește o combinație între schema cu diferențe înainte (UDS) și schema cu diferențe centrate (CDS) pentru interpolarea fluxurilor convective. Folosind doar schema cu diferențe finite centrate nu se pot descrie fluctuațiile turbulente de frecvență mare. În schimb, neutilizarea CDS duce la suprimarea instabilităților mecanice din cauza difuziei numerice. De aceea, pentru a obține rezultate care să fie semnificative din punct de vedere fizic, pentru calculul fluxurilor convective s-a folosit un flux combinat între schema cu diferențe finite centrate și schema cu diferențe finite înainte [21].

Pentru corecțiile de presiune se aplică algoritmul SIMPLE, iar pentru rezolvarea integralelor de timp se utilizează metoda Euler implicită.

Curgerea topiturii este descrisă de următoarele ecuații tridimensionale:

- ecuația de continuitate

$$\frac{\partial}{\partial y_i}(\rho v_i) = 0$$

- ecuația de conservare a impulsului

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho v_i) + \frac{\partial}{\partial y_j} \left(\rho v_i v_j - \mu \left(\frac{\partial v_i}{\partial y_j} + \frac{\partial v_j}{\partial y_i} \right) \right) + \frac{\partial p}{\partial y_i} = f_{g,i} + f_{L,i}$$

- ecuația de transport a căldurii

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho C_p T) = - \frac{\partial}{\partial y_j} \left(\rho C_p v_j T - k \frac{\partial T}{\partial y_j} \right)$$

Pentru calculul distribuției de impurități trebuie rezolvată și ecuația difuziei

$$\frac{\partial c}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial y_j} \left(v_j c - D \frac{\partial c}{\partial y_j} \right)$$

unde ρ este densitatea fluidului, v_i este componenta i a vitezei de curgere a fluidului. μ este vâscozitatea dinamică a unui fluid Newtonian, p este presiunea, C_p capacitatea calorică, k este conductivitatea termică, c reprezintă concentrația de impurități și D este coeficientul de difuzie.

Termenul de forță din ecuația de conservare a impulsului ia în considerare aproximația Boussinesq pentru un fluid incompresibil:

$$f_{g,i} = -\rho T_{ref} g_i \beta (T - T_{ref})$$

unde g este accelerația gravitațională, β este coeficientul de expansiune termică și T_{ref} este o temperatură de referință.

De asemenea, densitatea de forță Lorentz este luată în considerare în ecuația de conservare a impulsului:

$$f_{L,i} = (\vec{j} \times \vec{B})_i$$

unde $\vec{j}$ este densitatea de curent electric, iar $\vec{B}$ este inducția câmpului magnetic.

Densitatea de curent electric poate fi determinată din legea lui Ohm:

$$\vec{j} = \sigma (-\vec{\nabla} \Phi + \vec{v} \times \vec{B})$$

în care, pentru câmpul electric, s-a utilizat aproximația MHD2 ($\vec{E} = -\vec{\nabla} \Phi$), unde Φ este potențialul scalar și σ conductivitatea electrică. Potențialul scalar se calculează cu ajutorul ecuației de continuitate pentru densitatea de curent:

$$\vec{\nabla} \times \vec{j} = 0$$

ce ne conduce la ecuația ce guvernează potențialul scalar:

$$\Delta \Phi = \vec{\nabla} \cdot (\vec{v} \times \vec{B})$$

Prin urmare, densitatea de forță Lorentz poate fi scrisă ca:

$$f_L = -\sigma \vec{\nabla} \Phi \times \vec{B} + \sigma (\vec{v} \times \vec{B}) \times \vec{B}$$

Prima componentă a forței Lorentz reprezintă componenta acceleratoare și este cea care generează curgerea azimutală. Cea de-a doua componentă reprezintă forța electromotoare și este cea care se opune întotdeauna mișcării fluidului generată de componenta acceleratoare.

Pereții creuzetului și suprafața liberă a topiturii sunt izolați electric ($j_n = 0$) cu excepția elementelor de suprafață unde electrozii ating topitura pentru care $\nabla|_n \Phi = -\frac{j_n}{\sigma}$, unde j_n este densitatea de curent electric aplicat care trece prin cei doi electrozi.

Vitezele fluidului de-a lungul frontierelor creuzetului și cristalului sunt fixate la $\vec{v} = 0$. La suprafața topiturii se aplică o condiție de suprafață liberă.

Temperatura este fixată de-a lungul pereților laterali și în partea inferioară. S-a folosit un gradient de temperatura de 3 K/cm în topitură și 10 K/cm în cristal.

La suprafața liberă s-a aplicat un schimb radiativ cu mediul la o temperatură $T_{ref}=1785$ K. La interfața solid-lichid se ia în considerare producția de căldură latentă:

$$k_s \frac{\partial T}{\partial n} - k_l \frac{\partial T}{\partial n} = \rho_s u_g \Delta H$$

unde k_s și k_l sunt conductivitățile termice ale cristalului și topiturii de siliciu, u_g este viteza de creștere fixată la 10 mm/h pentru toate simulările efectuate și ΔH este căldura latentă.

De asemenea, la interfața solid-lichid, s-a luat în considerare segregarea impurităților:

$$\rho_s D_s \nabla c|_s - \rho_l D_l \nabla c|_l = (1 - K) u_g c_l \rho_s$$

dar concentrația de impurități se calculează doar în faza lichidă. Coeficientul de segregare, K , a fost fixat la valoarea caracteristică pentru carbon, $7 \cdot 10^{-2}$ [4]. Pentru coeficientul de difuzie din topitură, D_1 , s-au luat în considerare patru valori diferite: $0.5 \cdot 10^{-8} \text{ m}^2/\text{s}$, $2 \cdot 10^{-8} \text{ m}^2/\text{s}$, $3 \cdot 10^{-8} \text{ m}^2/\text{s}$ și $5 \cdot 10^{-8} \text{ m}^2/\text{s}$, care reprezintă valori caracteristice ale impurităților ce se găsesc în lingourile de siliciu multicristalin obținute prin metoda solidificării direcționale.

Concentrația de impurități este fixată de-a lungul pereților laterali la $9 \cdot 10^{24} \text{ atomi/m}^3$ care reprezintă limita de solubilitate a carbonului în siliciu [22].

Pentru ecuația de difuzie, s-a utilizat o condiție pe frontiera de flux zero ($\frac{\partial c}{\partial n} = 0$) la suprafața liberă. Concentrația inițială din topitură a fost fixată la zero.

Proprietățile tuturor materialelor folosite în simulări sunt date în Tabelul 1.

Proprietăți fizice	Valoare	Unitate
Si topitură		
Densitate	$2.52 \cdot 10^3$	kg/m^3
Vâscozitate dinamică	$7.56 \cdot 10^{-4}$	Ns/m^2
Conductivitate termică	60.6	W/mK
Căldura specifică	911	J/kgK
Coeficientul de expansiune termică	$1.44 \cdot 10^{-4}$	K^{-1}
Coeficientul Marangoni	$-4 \cdot 10^{-4}$	N/Km
Si solid		
Densitate	$2.52 \cdot 10^3$	kg/m^3
Conductivitate termică	22	W/mK
Căldura specifică	927	J/kgK
Coeficientul de expansiune termică	$1.44 \cdot 10^{-4}$	K^{-1}
Căldura latentă	$158.7 \cdot 10^4$	J/kg

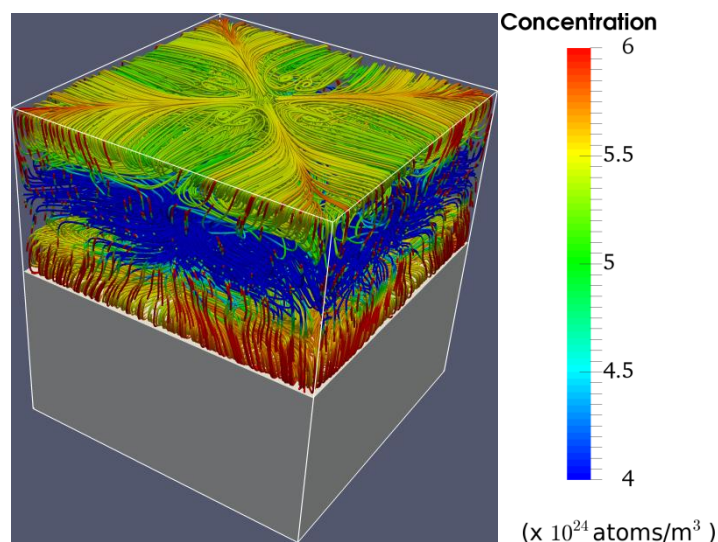
Modelările numerice tridimensionale au fost făcute folosind softul STHAMAS3D care a fost validat deja în procesele de SD [23] și experimentele de stirring electromagnetic [18,19]. Domeniul computațional este împărțit în două secțiuni cu o rafinare a rețelei la pereți, pentru a rezolva stratul limită. Rețeaua conține 396000 de volume de control. O procedură de detectare a fazei la frontieră este implementată în STHAMAS3D care permite, după fiecare pas de timp, o regenerare a rețelei astfel încât granița dintre lichid și solid să corespundă întotdeauna temperaturii de topire. Simularea s-a extins pe 500 s în timp real, cu un pas de timp de 0.1 s.

Activitatea 3.3 Realizarea de modelări numerice a distribuției de impurități pentru diferite valori ale câmpului magnetic și curentului electric

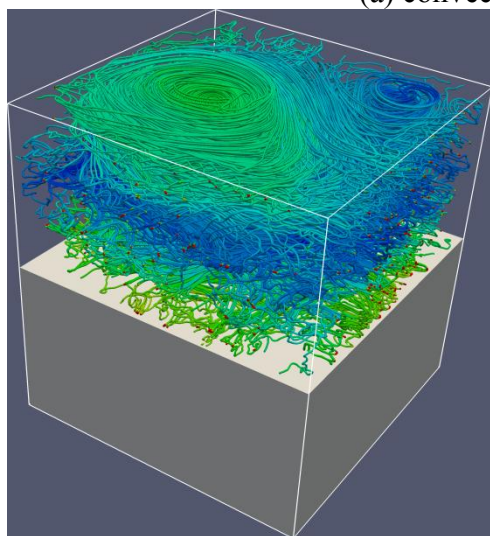
Au fost considerate două valori ale inducției magnetice B , 10 mT și 20 mT, și au fost folosite trei valori pentru intensitatea curentului electric, I , 2A, 5A și 10A.

Distribuția de impurități din topitură a fost mai întâi calculată pentru un caz unde a fost considerată doar convecția naturală. Într-un studiu anterior [24] s-a arătat că pentru un gradient de temperatura de 3 K/cm în cristal, și o rata de creștere de 10 mm/h, regăsim două zone principale de convecție în topitura: una la suprafața liberă a topiturii și una în apropierea

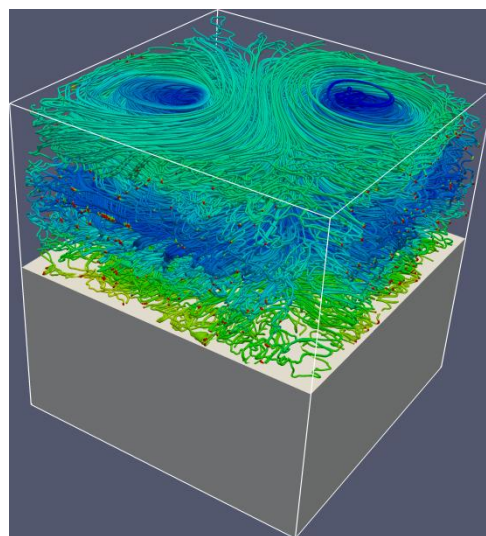
interfeței lichid-solid. În ambele zone apar bucle de convecție care transportă impuritățile de la pereții creuzetului în topitura. După cum s-a arătat anterior, cele două zone principale de convecție sunt complet separate, ceea ce duce la o amestecare insuficientă în partea mediană a topiturii. Acest comportament poate fi observat în Figura 2(a). Concentrația de impurități este ridicată în apropierea suprafeței libere a topiturii și aproape de interfața solid-lichid și între aceste două părți o zonă de concentrație joasă este interpusă.



(a) convecție naturală



(b) configurație asimetrică



(c) configurație simetrică

Figura 4. Distribuția de impurități la 200 s în cazul convecției naturale (a) și în cazul convecției forțate generată de un câmp electromagnetic cu o poziționare (a) asimetrică și (b) simetrică a electrozilor la suprafața liberă a topiturii

Atunci când se aplică un câmp magnetic extern combinat cu un curent electric observăm că pentru ambele configurații ale electrozilor folosite în simulare (Figura 4 (b) și Figura 4 (c)) se formează vortexuri în jurul electrozilor care duc la o amestecare mai bună a topiturii și, prin urmare, impuritățile sunt mai bine distribuite în topitură. Figura 5 și Figura 6 arată că

omogenizarea completă a impurităților este atinsă după 300-400 s, în funcție de coeficientul de difuzie.

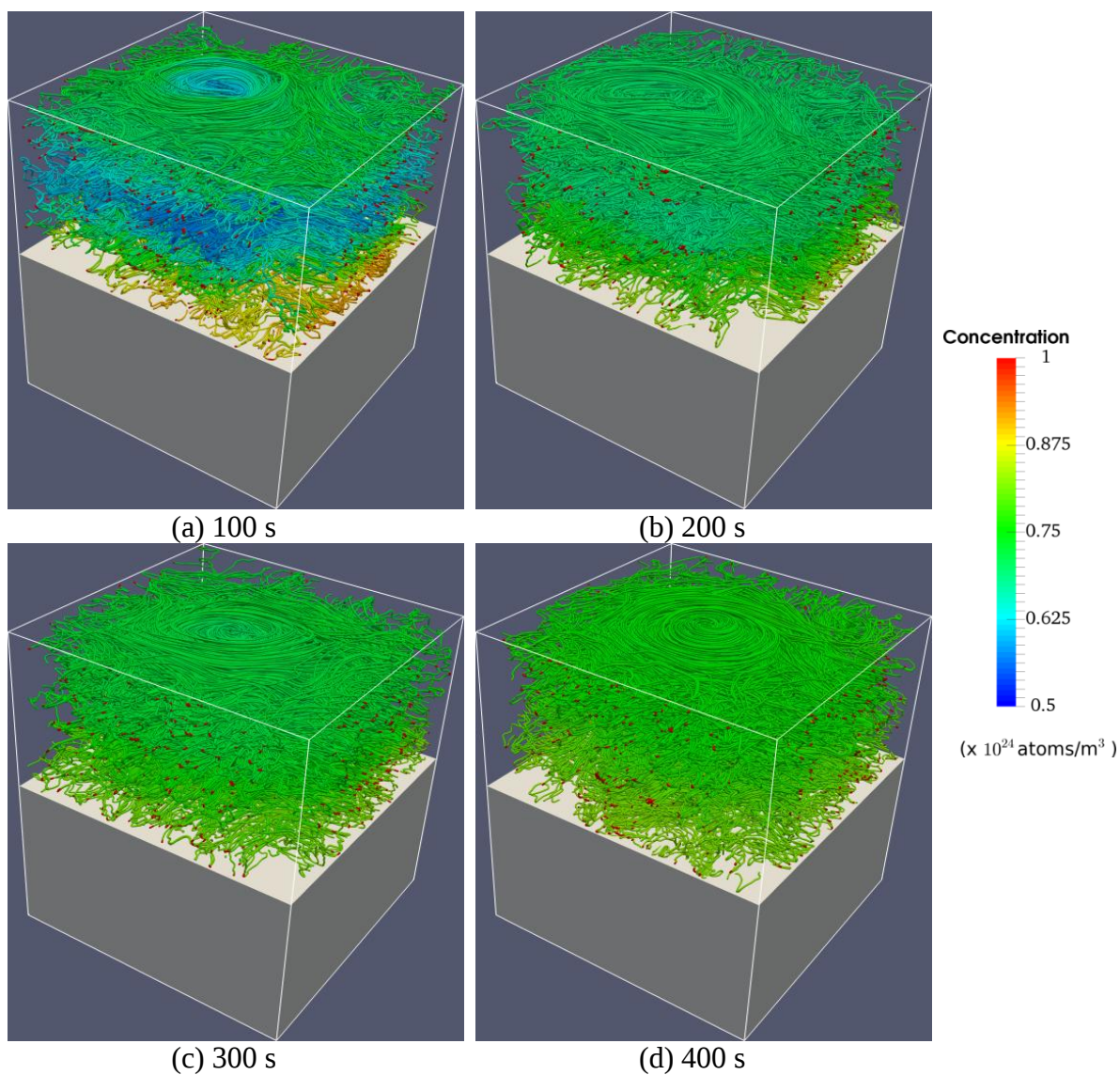


Figura 5. Evoluția în timp a distribuției de impurități pentru $D_I = 0.5 \cdot 10^{-8} \text{ m}^2/\text{s}$ și $I = 5 \text{ A}$, $B = 10 \text{ mT}$ în cazul configurației asimetrice a electrozilor

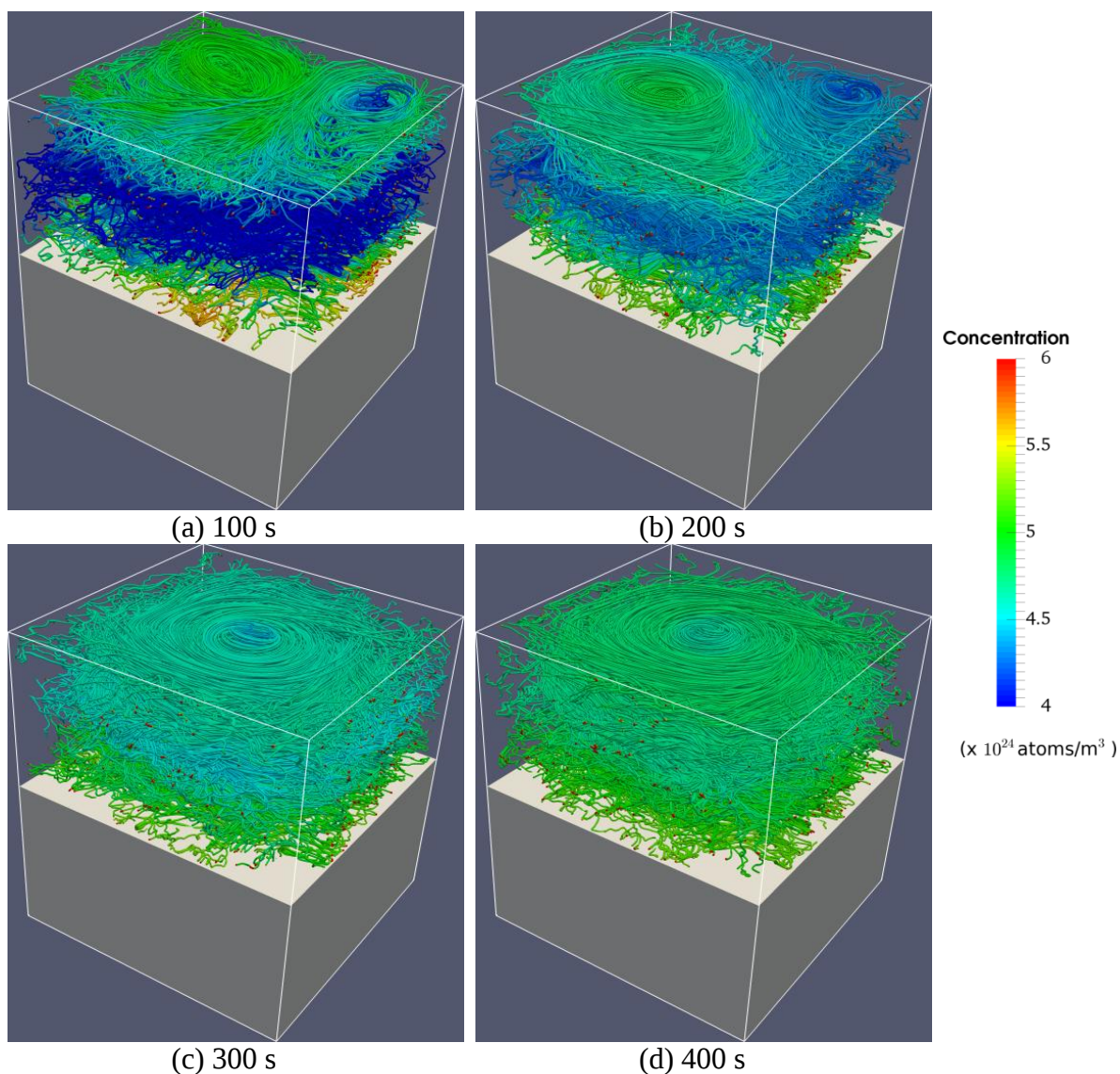


Figura 6. Evoluția în timp a distribuției de impurități pentru $D_1 = 5 \cdot 10^{-8} \text{ m}^2/\text{s}$ și $I = 5 \text{ A}$, $B = 10 \text{ mT}$ în cazul configurației asimetrice a electrozilor

Figura 5 arată că impuritățile cu un coeficient de difuzie mai mic sunt amestecate în topitura mai rapid, și astfel după 300 s se atinge o amestecare completă, pe când impuritățile cu un coeficient de difuzie mai mare sunt amestecate mai greu în topitura după cum se observă în Figura 6. Deoarece valoarea concentrației este foarte dependentă de coeficientul de difuzie, s-au folosit scale diferite pentru valori diferite ale coeficientului de difuzie.

Într-o regiune din apropierea interfeței solid-lichid, în prezența câmpului electromagnetic, se poate observa că structura clasică de convecție, care apare în cazul convecției naturale (Figura 7 (a)) este alterată odată cu aplicarea câmpului electromagnetic (Figura 7 (b)). După 100 s, vortexul care se formează la suprafața liberă a topiturii în jurul electrozilor deja s-a propagat în jos, spre zona interfeței solid-lichid și impuritățile au început să fie omogenizate în topitură și de asemenea se observă o scădere a concentrației în aceasta zona (Figura 7 (c)). În final, după 400 s, se realizează o amestecare completă a topiturii, impuritățile fiind uniform distribuite în topitură, chiar și în apropierea interfeței solid-lichid (Figura 7 (d)).

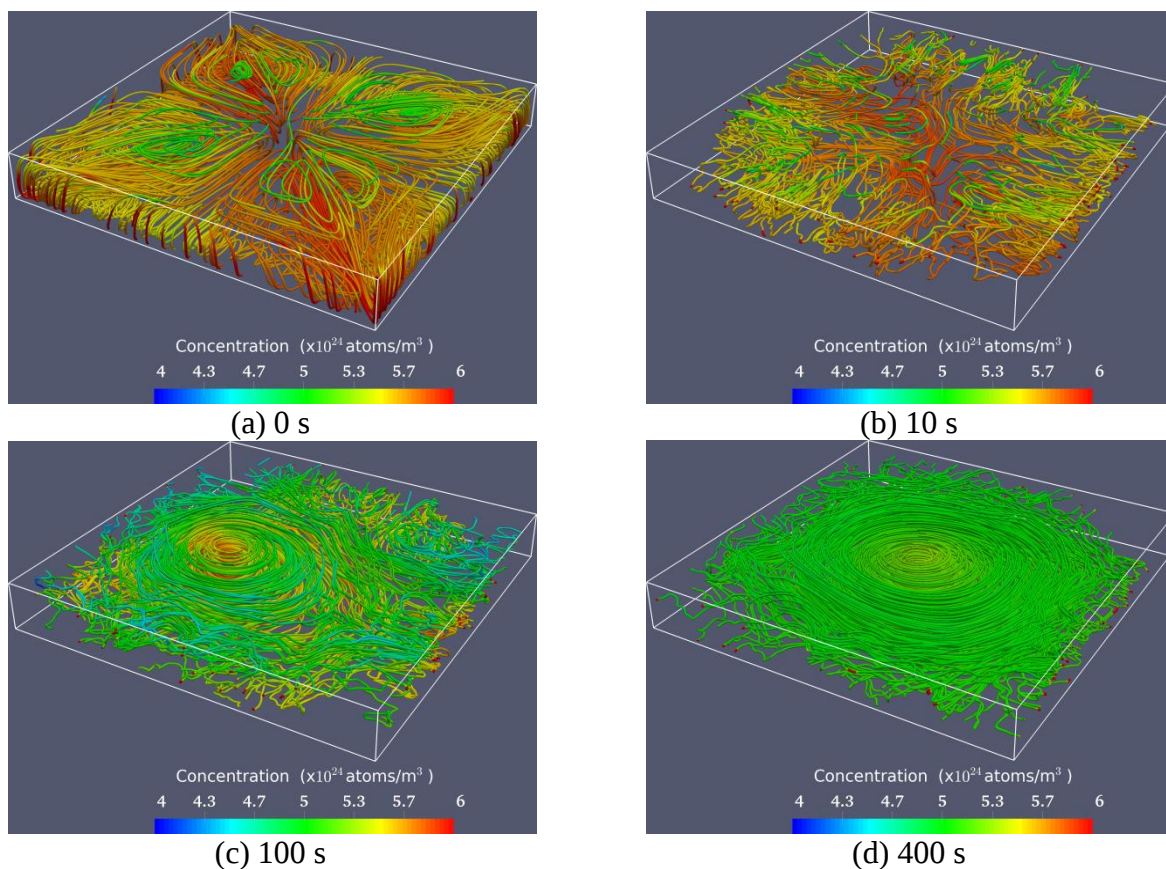
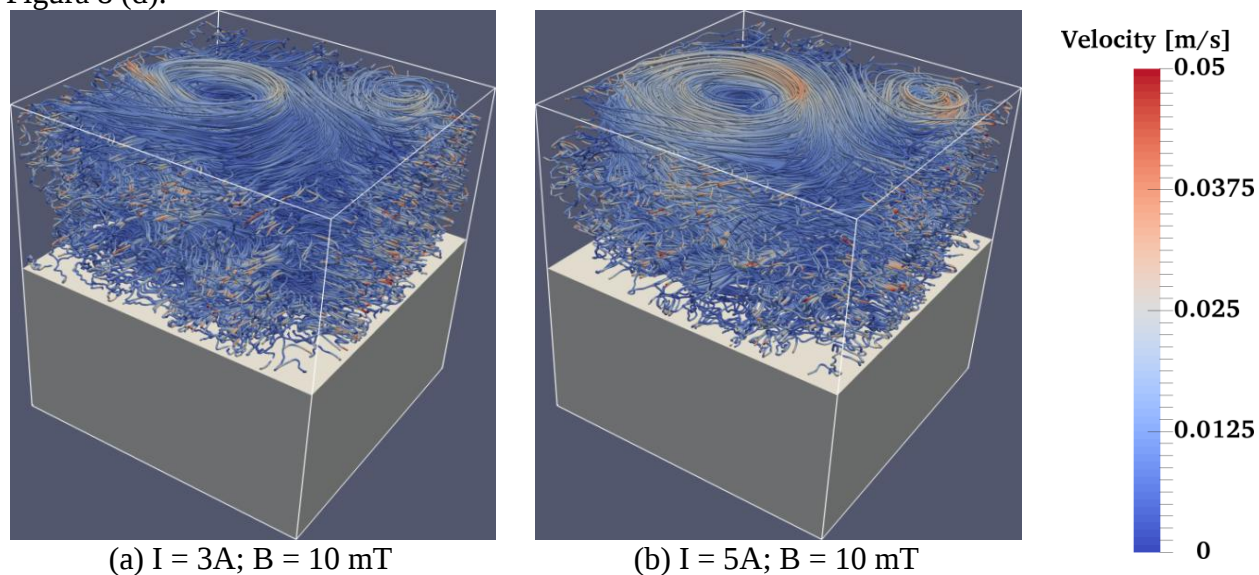
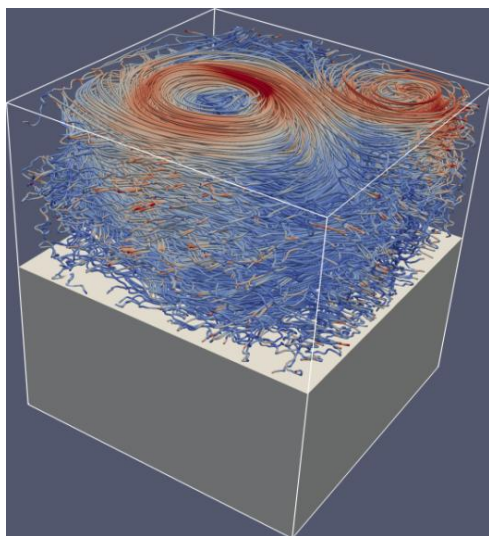


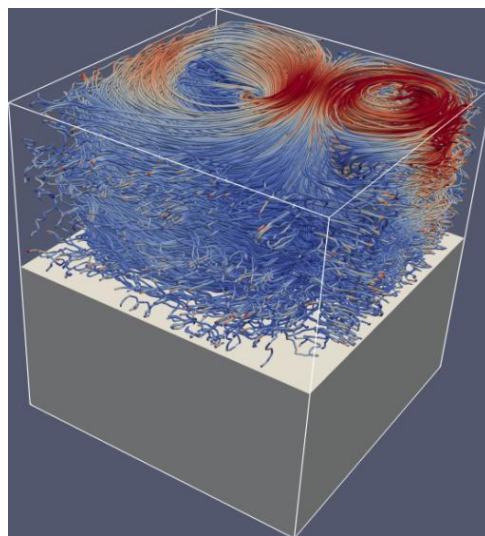
Figura 7. Grafice de particle tracking, deasupra interfeței solid-lichid la diferite momente de timp pentru cazul $I = 5$; $B = 10$ mT, poziționarea AC a electrozilor

Prin creșterea valorii intensității curentului electric de la 3A la 5A și apoi la 10A, Figurile 8 (a), (b) și (c) arată că viteza topiturii crește odată cu intensitatea curentului (I), în special la suprafața liberă a topiturii în jurul celor doi electrozi. De asemenea, se observă o creștere a vitezei odată cu creșterea câmpului magnetic de la 10 mT la 20 mT, după cum se poate vedea în Figura 8 (d).





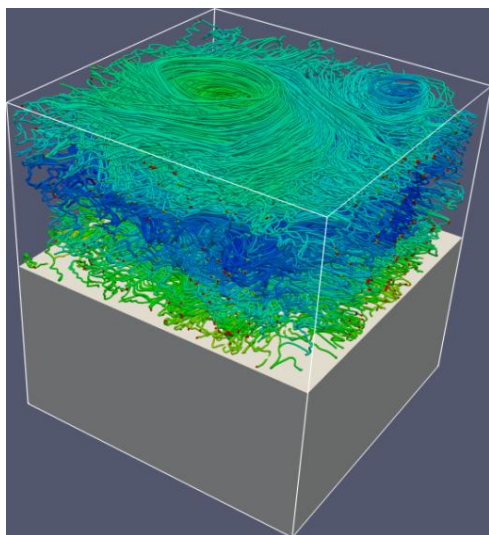
(c) $I = 10\text{A}$; $B = 10\text{ mT}$



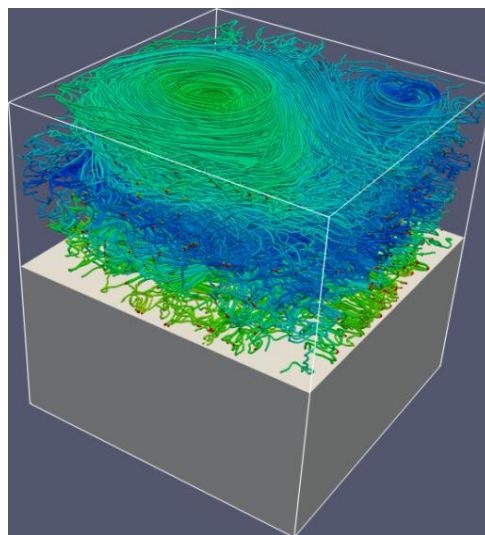
(d) $I = 10\text{A}$; $B = 20\text{ mT}$

Figura 8. Grafice de particle tracking, după 200 s, pentru diferiți parametri ai câmpului electromagnetic utilizând configurația asimetrică a electrozilor și $D_1 = 5 \cdot 10^{-8} \text{ m}^2/\text{s}$

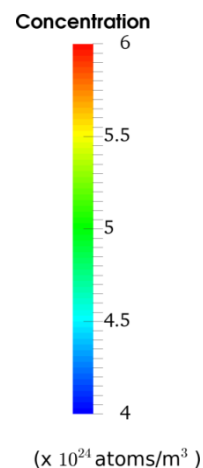
Totuși, creșterea în viteză nu are o influență semnificativă asupra distribuției impurităților în volumul topiturii. Se poate observa din Figura 9 că pentru toți parametri considerați în acest studiu distribuția de concentrație nu se modifica semnificativ când se variază fie I , fie B . Acest lucru poate fi explicat prin faptul că nu se observă o modificare a structurii de curgere în regimul parametric considerat.

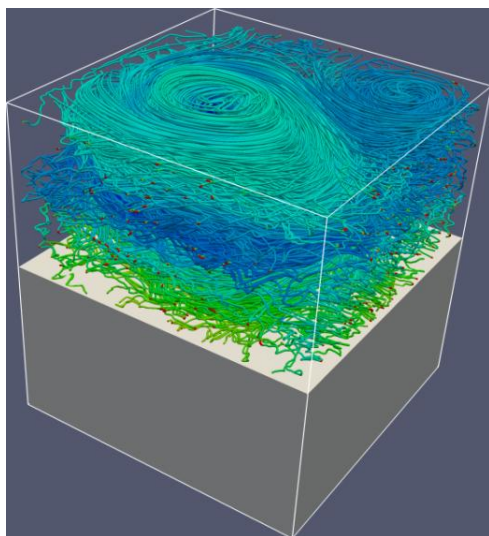


(a) $I = 3\text{A}$; $B = 10\text{ mT}$

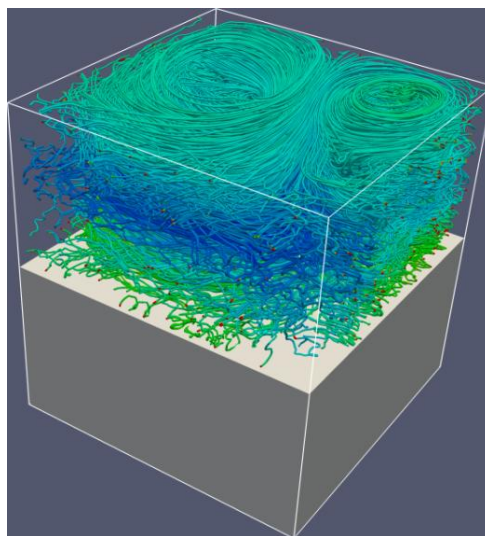


(b) $I = 5\text{A}$; $B = 10\text{ mT}$





(c) $I = 10\text{A}$; $B = 10\text{ mT}$



(d) $I = 10\text{A}$; $B = 20\text{ mT}$

Figura 9. Grafice de particle tracking, după 200 s, pentru diferiți parametri ai câmpului electromagnetic

Pentru a studia efectele câmpului electromagnetic asupra creuzetului, rata de disoluție, R , a fost estimată din masa totală de impurități ($m_{\text{imp}} = \int_V c \, dV$) ce se află în topitură după o perioada de timp:

$$R = \frac{m_{\text{imp}}}{\Delta t}$$

În Figura 10 rata de disoluție este reprezentată în funcție de coeficientul de difuzie, pentru $I = 5\text{A}$ și $B = 10\text{mT}$. Pentru comparație, rata de disoluție a creuzetului a fost calculată în cazul convecției naturale.

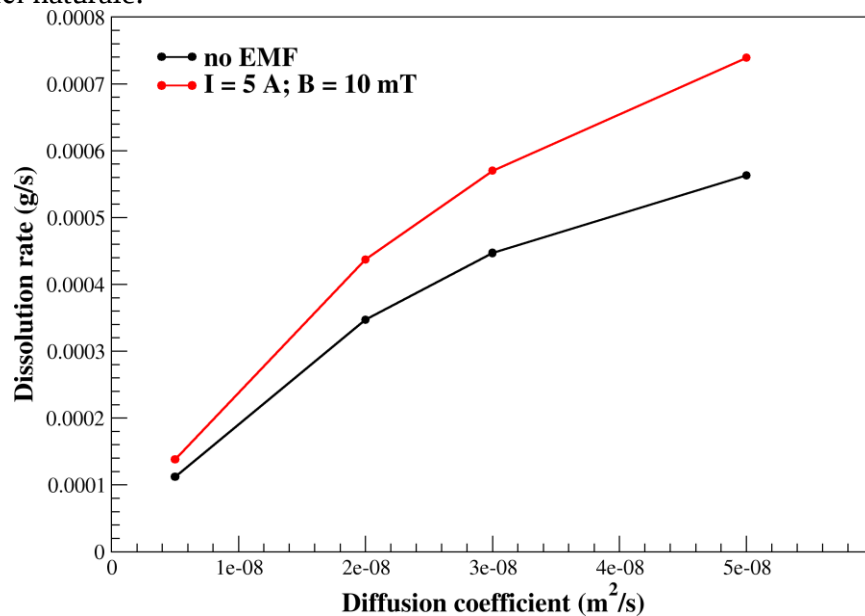


Figura 10. Rata de disoluție a creuzetului în cazul convecției naturale și a convecției forțate

Din Figura 10 se evidențiază dependența ratei de disoluție de valoarea coeficientului de difuzie. Aceasta crește de la 0.138 mg/s, pentru $D=0.5 \cdot 10^{-8} \text{ m}^2/\text{s}$, la 0.74 mg/s pentru $D=5 \cdot 10^{-8} \text{ m}^2/\text{s}$ în prezența câmpului electromagnetic. Un trend similar se observa pentru cazul convecției naturale, cu o creștere de la 0.112 mg/s, pentru $D=0.5 \cdot 10^{-8} \text{ m}^2/\text{s}$, la 0.563 mg/s pentru $D=5 \cdot 10^{-8} \text{ m}^2/\text{s}$. Creșterea ușoară a ratei de disoluție în prezența câmpului electromagnetic poate fi atribuită vitezei maxime care este cu două ordine de mărime mai mare în cazul convecției forțate (0.7 cm/s în cazul convecției naturale și 10 cm/s în prezența câmpului electromagnetic).

În graficele prezentate anterior am reprezentat distribuțiile de impurități doar pentru valorile extreme ale coeficienților de difuzie, dar concluziile sunt valabile și pentru valorile intermediare ale acestor coeficienți.

În concluzie, în cadrul acestui obiectiv, s-au studiat influența convecției forțate, generată prin combinarea unui curent electric cu un câmp magnetic, asupra distribuției impurităților și ratei de disoluție a creuzetului, folosind modelarea numerică, pentru un proces de solidificare direcțională a siliciului multicristalin. Din rezultatele obținute se observă o propagare rapidă în jos a curgerii rotaționale generată de câmpul electromagnetic până la interfața solid-lichid, lucru care duce la omogenizarea completă a impurităților din topitură după o perioadă scurtă de timp (300-400 s). Aceste rezultate arată de asemenea o creștere a vitezei fluidului sub influența câmpului electromagnetic, în comparație cu cazul convecției naturale, care, la rândul ei, va duce la o creștere a ratei de disoluție a creuzetului de maximum 30%.

Bibliografie

- [1] *Semiconductor Equipment and Materials International (SEMI)*, International Technology Roadmap for Photovoltaic (ITRPV) 2014 Results. (April 2015)
- [2] **B. Drevet, D. Camel, N. Enjalbert, J. Veirman, J. Kraiem, F. Cocco, E. Flahaut, I. Périchaud**, *Segregation and crystallization of purified metallurgical grade silicon: 1 of process parameters on yield and solar cell efficiency*, 25th European Photovoltaic Solar Energy Conference and Exhibition, 2010, Valencia, Spain.
- [3] **M. Beaudhuin, T. Duffar, M. Lemiti, K. Zaidat**, *One-dimensional model of the equiaxed grain formation in multi-crystalline silicon*, Journal of Crystal Growth 319 (2011), 106-113.
- [4] **Y.-Y. Teng, J.-C. Chen, C.-W. Lu, C.-Y. Chen**, *The carbon distribution in multicrystalline silicon ingots grown using the directional solidification process*, Journal of Crystal Growth 312 (2010), 1282-1290.
- [5] **L. Zheng, X. Ma, D. Hu, H. Zhang, T. Zhang, Y. Wan**, *Mechanism and modeling of silicon carbide formation and engulfment in industrial silicon directional solidification growth*, Journal of Crystal Growth 318 (2011), 313-317.
- [6] **C. Reimann, M. Trempa, T. Jung, J. Friedrich, G. Müller**, *Modeling of incorporation of O, N, C and formation of related precipitates during directional solidification of silicon under consideration of variable processing*, Journal of Crystal Growth 312 (2010), 878-885.
- [7] **P. Rudolph**, *Travelling magnetic fields applied to bulk crystal growth from the melt: The step from basic research to industrial scale*, Journal of Crystal Growth 310 (2008), 1298-1306.
- [8] **K. Dadzis, K. Niemietz, O. Patzold, U. Wunderwald, J. Friedrich**, *Non-isothermal model experiments and numerical simulations for directional solidification of multicrystalline silicon in a traveling magnetic field*, Journal of Crystal Growth 372 (2013), 145-156.

- [9] **D. Vizman, K. Dadzis, J. Friedrich**, *Numerical parameter studies of 3D melt flow and interface shape for directional solidification of silicon in a traveling magnetic field*, Journal of Crystal Growth 381 (2013), 169-178.
- [10] **Ch. Kudla, A.T. Blumenau, F. Büllesfeld, N. Dropka, Ch. Frank-Rotsch, F. Kiessling, O. Klein, P. Lange, W. Miller, U. Rehse, U. Sahr, M. Schellhorn, G. Weidemann, M. Ziem, G. Bethin, R. Fornari, M. Müller, J. Sprekels, V. Trautmann, P. Rudolph**, *Crystallization of 640 kg mc-silicon ingots under traveling magnetic field by using a heater-magnet module*, Journal of Crystal Growth 365 (2013), 54-58.
- [11] **W. D. Griffiths, D.G. McCartney**, *The effect of electromagnetic stirring during solidification on the structure of Al-Si alloys*, Materials Science and Engineering A 216 (1996), 47-60.
- [12] **B. Willers, S. Eckert, P.A. Nikrityuk, D. Raebiger, J. Dong, K. Eckert, G. Gerbeth**, *Efficient melt stirring using intermittent or alternating rotating magnetic fields: II - Application during Solidification of Al-Si Alloys*, Metallurgical and Materials Transactions B 39 (2008), 304-316.
- [13] **N. Dropka, Ch. Frank-Rotsch, P. Rudolph**, *Comparison of stirring efficiency of various non-steady magnetic fields during unidirectional solidification of large silicon melts*, Journal of Crystal Growth 365 (2013), 64-72.
- [14] **S. Dumitrica, D. Vizman, J.-P. Garandet, A. Popescu**, *Numerical studies on a type of mechanical stirring in directional solidification method of multicrystalline silicon for photovoltaic applications*, Journal of Crystal Growth 360 (2012) 76-80.
- [15] **B. Ubbenjans, Ch. Frank-Rotsch, J. Virbulis, B. Nacke, P. Rudolph**, *Numerical analysis of the influence of ultrasonic vibration on crystallization processes*, Crystal Research and Technology 47 (2012), 279-284.
- [16] **D. Vizman**, *Flow Control by Magnetic Fields during Crystal Growth from Melt*, in T. Nishinaga, P. Rudolph (eds.), Handbook of Crystal Growth, Vol. II, Elsevier, pp. 909-950 (2015).
- [17] **D. Vizman, C. Tanasie**, *Novel method for melt flow control in unidirectional solidification of multi-crystalline silicon*, Journal of Crystal Growth 372 (2013), 1-8.
- [18] **R. A. Negrila, A. Popescu, M. Paulescu, D. Vizman**, *Control of convective flows in a rectangular crucible by a special type of electromagnetical stirring*, Proceedings of the 9th PAMIR International Conference on "Fundamental and Applied MHD, Thermo acoustic and Space technologies", Riga, 2014, Volume 2, 205-208.
- [19] **R. A. Negrila, A. Popescu, D. Vizman**, *Numerical and experimental modeling of melt flow in a directional solidification configuration under the combined influence of electrical current and magnetic field*, European Journal of Mechanics B/Fluids 52 (2015), 147-159.
- [20] *Sthamas3D 1.5 Documentation*, Fraunhofer Institute for Integrated Circuits, Erlangen, Germany (2002).
- [21] **D. Vizman, O. Grabner, G. Muller**, *Three-dimensional numerical simulation of thermal convection in an industrial Czochralski melt: comparison to experimental results*, Journal of Crystal Growth 233 (2001), 687-698.
- [22] **A. Popescu, D. Vizman**, *Numerical study of the influence of melt convection on the crucible dissolution rate in a silicon directional solidification process*, International Journal of Heat and Mass Transfer 54 (2011), 5540-5544.
- [23] **D. Vizman, J. Friedrich, G. Müller**, *3D time-dependent numerical study of the influence of the melt flow on the interface shape in a silicon ingot casting process*, Journal of Crystal Growth 303 (2007), 231-235.

[24] **A. Popescu, D. Vizman**, *Numerical study of melt convection and interface shape in a pilot furnace for unidirectional solidification of multicrystalline silicon*, *Crystal Growth & Design*, 12 (2012), 320-325.