Complemente de Fizică I
Cursul 1

Victor E. Ambruș

Universitatea de Vest din Timișoara

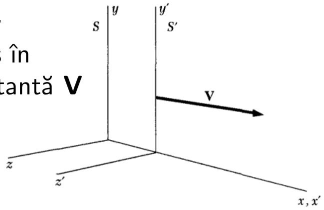
Capitolul I. Transformări de coordonate

- **I.1. Transformări Galilei**.
- I.2. Spațiul E_3 al vectorilor tridimensionali.
- I.3. Transformări generale de coordonate.

I.1. Transformări Galilei.

I.1.1. Repere inerțiale.

- Fie un observator aflat în repaus în originea sistemului de referință inerțial (SRI) S.
- Un al doilea observator, aflat în repaus în SRI S', se deplasează cu o viteză constantă $\mathbf{V}$ față de S.
- Un **eveniment** este un punct în spațiu-timp.



- Fie E_1 evenimentul când originile O și O' ale lui S și S' coincid.
- Asociem $t_1 = t_1' = 0$, $x_1 = x_1' = 0$ corespunzătoare lui E_1.
- Fie E_2 evenimentul când O' se găsește la distanța L de O.
- E_2 are coordonatele $(t_2, x_2 = L)$ în S și $(t_2', x_2' = 0)$ în S'.
- Viteza lui S' față de S este dată de $V = x_2/t_2$, astfel că $t_2 = L/V$.
- Momentul de timp t_2' este determinat prin **Postulatul timpului absolut**: *Timpul este absolut si universal. El are o scurgere omogenă de la trecut spre viitor.*
- Drept urmare, $t_2' = t_2 = L/V$.

I.1.2. Legile lui Newton.

- Legile lui Newton reprezintă principiile fundamentale ale mecanicii și sunt valabile în orice SRI.
    1. Prima lege a lui Newton / Principiul I al mecanicii: **Principiul inerției**: Orice corp își menține starea de repaus sau de mișcare rectilinie și uniformă atâta timp cât asupra sa nu acționează alte forțe sau suma forțelor care acționează asupra sa este nulă.
    2. Legea a doua a lui Newton / Principiul al II-lea al mecanicii: **Principiul forței**: O forță care acționează asupra unui corp îi imprimă acestuia o accelerație, proporțională cu forța și invers proporțională cu masa corpului:

$$\mathbf{F} = \frac{d\mathbf{p}}{dt} = m\mathbf{a}. \tag{1}$$

    3. Legea a treia a lui Newton / Principiul al III-lea al mecanicii: **Principiul acțiunii și reacțiunii**: Când un corp acționează asupra altui corp cu o forță (numită forță de acțiune), cel de-al doilea corp acționează și el asupra primului cu o forță (numită forță de reacțiune) de aceeași mărime și de aceeași direcție, dar de sens contrar.

$$\mathbf{F}_{12} = -\mathbf{F}_{21}. \tag{2}$$

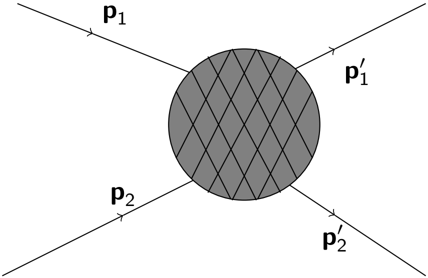
I.1.3. Covarianța legilor lui Newton la transformări Galilei.

- Invarianța la transformările Galilei impune ca legile lui Newton să fie valabile *neschimbate* în orice SRI:

$$\mathbf{F} = m\mathbf{a} \qquad \Rightarrow \qquad \mathbf{F}' = m\mathbf{a}'. \tag{3}$$

- Deoarece $\mathbf{x}' = \mathbf{x} - \mathbf{V}t$ și $t' = t$, avem $\mathbf{a}' = \mathbf{a} \Rightarrow \mathbf{F}' = \mathbf{F}$.
- Drept urmare, direcția sau modulul forțelor care acționează asupra corpurilor materiale rămân neschimbate în urma transformărilor Galilei.
- Un alt postulat al mecanicii Newtoniene este cel al izotropiei spațiului, conform căruia proprietățile fizice sunt identice în toate direcțiile spațiale. Mai exact, masa m din $\mathbf{F} = m\mathbf{a}$ nu poate depinde de direcția lui $\mathbf{F}$.

I.1.4. Conservarea impulsului în ciocniri.



- Două particule având impulsurile $\mathbf{p}_1$ și $\mathbf{p}_2$ și masele m_1 și m_2 se ciocnesc.
- În urma ciocnirii, impulsurile acestora devin $\mathbf{p}_1'$ și $\mathbf{p}_2'$.
- Presupunem că energia totală se conservă în această interacțiune:

$$\frac{\mathbf{p}_1^2}{2m_1} + \frac{\mathbf{p}_2^2}{2m_2} = \frac{\mathbf{p}_1'^{\,2}}{2m_1} + \frac{\mathbf{p}_2'^{\,2}}{2m_2} + \Delta\varepsilon, \tag{4}$$

unde $\Delta\varepsilon$ reprezintă cantitatea de energie transmisă către gradele interne de libertate a celor două particule (ciocnirea este inelastică).

I.1.4. Conservarea impulsului în ciocniri.

- Fie SRI S' care se deplasează cu $\mathbf{V}$ în raport cu S.
- Fie $\mathbf{q}_1$, $\mathbf{q}_2$, $\mathbf{q}_1'$ și $\mathbf{q}_2'$ impulsurile celor două particule văzute din S'.
- Covarianța legilor dinamicii impune ca:

$$\frac{\mathbf{q}_1^2}{2m_1} + \frac{\mathbf{q}_2^2}{2m_2} = \frac{\mathbf{q}_1'^2}{2m_1} + \frac{\mathbf{q}_2'^2}{2m_2} + \Delta\varepsilon', \tag{5}$$

  unde $\Delta\varepsilon' = \Delta\varepsilon$ deoarece energia internă nu depinde de SRI.
- Înlocuind $\mathbf{q} = \mathbf{p} - m\mathbf{V}$, rezultă:

$$-\mathbf{V} \cdot (\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2) = -\mathbf{V} \cdot (\mathbf{p}_1' + \mathbf{p}_2'). \tag{6}$$

- Deoarece egalitatea de mai sus trebuie să fie respectată pentru orice $\mathbf{V}$ (în raport cu orice alt SRI), rezultă legea de conservare a impulsului:

$$\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2 = \mathbf{p}_1' + \mathbf{p}_2'. \tag{7}$$

I.1.5. Coliziuni binare: sistemul centrului de masă.

- Pentru studiul sistemelor de particule, este convenabilă trecerea la un SRI privilegiat, și anume la **sistemul centrului de masă** (SCM).
- Fie un sistem format din două particule de mase m_1 și m_2.
- **Sistemul centrului de masă** (SCM) este caracterizat de viteza $\mathbf{V}$:

$$\mathbf{V} = \frac{1}{M}(m_1\mathbf{v}_1 + m_2\mathbf{v}_2), \qquad M = m_1 + m_2, \tag{8}$$

unde s-a introdus notația M pentru masa totală a sistemului.
- Mai departe, se introduc viteza redusă $\mathbf{v}$ și masa redusă μ:

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2, \qquad \mu = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}. \tag{9}$$

- Invers se obține:

$$\mathbf{v}_1 = \mathbf{V} + \frac{\mu}{m_1}\mathbf{v}, \qquad \mathbf{v}_2 = \mathbf{V} - \frac{\mu}{m_2}\mathbf{v}. \tag{10}$$

- Impulsul total și energia totală ale sistemului sunt:

$$\mathbf{p}_{\rm total} = \mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2 = M\mathbf{V}, \qquad E_{\rm total} = \frac{\mathbf{p}_1^2}{2m_1} + \frac{\mathbf{p}_2^2}{2m_2} = \frac{M\mathbf{V}^2}{2} + \frac{\mu\mathbf{v}^2}{2}. \tag{11}$$

I.1.6. Coliziuni binare: sistemul laboratorului.

- Fie un experiment de împrăștieri care constă în bombardarea unei ținte în repaus având masa m_1 cu un fascicul de particule incidente.
- Fie o particulă din fasciculul incident având masa m_2 și viteza $\mathbf{v}_2$.
- Sistemul de referință astfel definit se numește **Sistemul Laboratorului** (SL).
- SCM se definește în raport cu SL după cum urmează:

$$\mathbf{V} = \frac{m_2 \mathbf{v}_2}{m_1 + m_2}, \qquad \mathbf{v} = -\mathbf{v}_2. \tag{12}$$

- Uneori este convenabilă calcularea împrăștierii în SCM, iar mărimile din SL se obțin folosind rezultatele din SCM după cum urmează:

$$\mathbf{v}_1' = \mathbf{V} + \frac{\mu}{m_1}\mathbf{v}', \qquad \mathbf{v}_2' = \mathbf{V} - \frac{\mu}{m_2}\mathbf{v}', \tag{13}$$

unde mărimile cu $'$ reprezintă starea post-colizională ($\mathbf{V}' = \mathbf{V}$).

Probleme.

1. Într-un vagon de tren care se deplasează cu viteza de 5 $\mathrm{m/s}$ pe o cale ferată dreaptă are loc o coliziune frontală între două corpuri având $m_1 = 0,1$ kg și $m_2 = 0,05$ kg. Înainte de ciocnire, vitezele lor sunt $v_1 = 1$ $\mathrm{m/s}$, respectiv $v_2 = -5$ $\mathrm{m/s}$. Ambele viteze sunt măsurate relativ la tren. Știind că după ciocnire, corpul al doilea rămâne în repaus, să se determine:
   - a Viteza primului corp. [R: $v_1' = -1,5$ $\mathrm{m/s}$]
   - b Cantitatea de energie pierdută în urma coliziunii. [R: $\Delta\varepsilon = 0,5625$ J]
   - c Să se repete calculul într-un reper staționar în raport cu șina. [R: $v_1' = 3,5$ $\mathrm{m/s}$]
   - d Să se găsească V și v. Să se scrie vitezele inițiale (u_1, u_2) și cele finale (u_1', u_2') în raport cu SCM. Să se găsească v'. [R: $V = -1$ $\mathrm{m/s}$, $v = 6$ $\mathrm{m/s}$, $v' = -1,5$ $\mathrm{m/s}$]
2. Două particule având masele $m_1 = 0,1$ kg și $m_2 = 0,04$ kg și vitezele inițiale $\mathbf{v}_1 = 2,8\mathbf{i} - 3\mathbf{j}$ și $\mathbf{v}_2 = 7,5\mathbf{j}$ (exprimate în $\mathrm{cm/s}$) se ciocnesc. În urma coliziunii, $\mathbf{v}_1' = 1,2\mathbf{i} - 2\mathbf{j}$.
   - a Să se găsească $\mathbf{v}_2'$. [R: $\mathbf{v}_2' = 4\mathbf{i} + 5\mathbf{j}$]
   - b Să se găsească $\mathbf{V}$, $\mathbf{v}$ și $\mathbf{v}'$. [R: $\mathbf{V} = 2\mathbf{i}$]
   - c Să se găsească masa redusă a sistemului. [$\mu \simeq \frac{1}{35}$ kg]
   - d Să se găsească $\Delta\varepsilon$ în SCM. [$\Delta\varepsilon = 8,75 \times 10^{-5}$ J]
   - e Să se găsească raportul dintre $\Delta\varepsilon$ și energia cinetică inițială în SL și în SCM. [SL: $\simeq 0,44$; SCM: $\simeq 0,52$]

Probleme

3. **Sistemul laboratorului (SL).** Într-un experiment de ciocniri, se pregătește ca și țintă o particulă având masa $m_1 = 2m$. Particula proiectil are masa $m_2 = m$ și viteza v.
   - a Să se găsească **V** care definește SCM. [R: $V = \frac{1}{3}v$]
   - b Calculați energia cinetică pierdută $\Delta\varepsilon$ în cazul unei coliziuni perfect plastice. [R: $\Delta\varepsilon = \frac{1}{3}mv^2$]
   - c În cazul unei coliziuni elastice, particula proiectil este deviată în SCM cu unghiul φ. Să se găsească unghiul de deflexie θ în SL.

$$\left[\text{R: } \tan\theta = \frac{2\sin\varphi}{1 + 2\cos\varphi}\right]$$