Tema 5

1. Determinati pozitiile si natura punctelor stationare ale urmatoarelor functii:
   a) x^3-3x+3 b) x^3-3x^2+3x c) x^3+3x+3 d) x^5+x^3
2. Aratati ca cea mai mica valoare luata de functia $3x^4+4x^3-12x^2+6$ este -26.
3. Reprezentati grafic functiile: a) $f(x)=\dfrac{x-1}{x^2+2x+6}$ b) $f(x)=\dfrac{1}{4+3x-x^2}$
4. Curba $4y^3=a^2(x+3y)$ poate fi parametrizata in forma $x=a\cos 3\theta$, $y=a\cos\theta$
   a) Obtineti expresiile pentru dy/dx i) prin derivare implicita si ii) prin derivare in forma parametrica. Verificati ca acestea sunt echivalente.
   b) Aratati ca singurul punct de inflexiune apare in origine. Este acesta punct de inflexiune stationar?
5. Ecuatiile parametrice ale miscarii unei particule incarcate care pleaca din repaus in camp electric si magnetic (perpendiculare) sunt:
   $$x=a(\theta-\sin\theta) \qquad y=a(1-\cos\theta)$$
   Aratati ca tangent la curba are panta $ctg\dfrac{\theta}{2}$. Schitati forma traiectoriei particulei.
6. Curba cu ecuatia $x^{2/3}+y^{2/3}=a^{2/3}$ pentru x si y pozitivi si completata cu reflexiile simetrice fata de axele de coordinate se numeste “astroida”. Schitati graficul si aratati ca raza de curbura in primul cadran este $a(axy)^{1/3}$
7. Folositi Teorema Leibnitz pentru a calcula :
   a) Derivata secunda pentru $\cos x\sin 2x$
   b) A treia derivata pentru functia $\sin x\ln x$
8. a) Considerand proprietatile functiei in vecinatatea lui $x=1$, aratati ca $f(x)=5x^4-11x^3+26x^2-44x+24$ ia valori negative intr-un anumit domeniu .

   b)Aratati ca $f(x)=tgx-x$ este pozitiva pentru $0\le x<\dfrac{\pi}{2}$

R: 1a) -1 maxim, 1 minim b) 1inflexiune c) n-are pct. Stationare d) 0 inflexiune.

4.a) $a^2/\left(12y^2-3a^2\right)$ 6. $\dfrac{dy}{dx}=-\left(\dfrac{y}{x}\right)^{1/3}$, $\dfrac{d^2y}{dx^2}=\dfrac{a^{2/3}}{3x^{4/3}y^{1/3}}$ 7.a) $2\sin x\left(2-9\cos^2 x\right)$ 8.a)

$f(1)=0$, $f'(1)<0$, f □ in $x=1$, $f(x)<0 \quad \forall x\in(1,\alpha)$ pentru un $\alpha>1$ b)

$f'(x)=tg^2x$ pozitiva pt. $0\le x<\dfrac{\pi}{2}$ si $f(0)=0$