

## Tema 4

- Folosind definiția cu limita a derivatei, calculați:
  - prima derivată a funcției  $3x+4$
  - prima, a doua și a treia derivată a funcției  $x^2+x$
- Calculați prima derivată a funcțiilor:
  - $x^2e^x$
  - $2\sin x \cos x$
  - $\sin 2x$
  - $a \sin ax$
  - $\ln(x^a+x^{-a})$
- Calculați derivata funcțiilor:
  - $(2x+3)^{-3}$
  - $1/\ln x$
  - $1/\arcsin(x/a)$
- Calculați diferențialele pentru următoarele funcții pentru valori arbitrare ale argumentului și creșterii acestuia.

$$y = 4x^4$$

$$y = x^m$$

$$y = x \ln x$$

- Folosind regulile de calcul să se deriveze funcțiile:

$$y = x^3 - 3^x$$

$$y = x^2 \cdot \log_3 x$$

$$y = \frac{\pi}{x} + \ln 2$$

$$y = \frac{1}{x} + 2 \ln x - \frac{\ln x}{x}$$

$$y = e^x \cos x$$

$$y = x^2 (\log_2 x)(e^x + 1)$$

$$y = (x^4 - 2) \cdot (e^x + 3) \cdot (e^2 + x^3) \quad y = \frac{2 - \ln x}{x^2 + 5}$$

- Folosind regulile de calcul să se deriveze funcțiile:

$$y = \sin \frac{1}{x}$$

$$y = \sin^5(2x)$$

$$y = \sin(\sin x)$$

$$y = \ln(\operatorname{tg} x)$$

$$y = 10^{3x+1}$$

$$y = 5^{\sin x}$$

$$y = \sin(3^x)$$

$$y = \ln^2(1+x^4)$$

$$y = (3 - 2 \sin x)^5$$

$$y = \sin(3x) + \cos \frac{x}{5} + \operatorname{tg} \sqrt{x}$$

- Determinați  $y'$  dacă:  $y = (\cos x)^{\sin x}$ ,  $y = \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x$ ,  $y = (\operatorname{arctg} x)^x$ .

- Cu formula Leibniz, determinați  $y^{(n)}$ , dacă:

a)  $y = xe^x$       b)  $y = (1-x^2)\cos x$       c)  $y = x^3 \ln x$

9. Calculați  $dy/dx$  dacă  $x = (t-2)/(t+2)$  și  $y = 2t/(t+1)$  pentru  $t \in \mathbb{R}$

10. Calculați  $\frac{dy}{dx}$  pentru funcțiile date parametric:

a)  $\begin{cases} x = 2t - 1 \\ y = t^3 \end{cases} \quad R: \frac{3}{2}t^2$

b)  $\begin{cases} x = a \cos^3 t \\ y = b \sin^3 t \end{cases} \quad R: -\frac{b}{a} \operatorname{tg} t$

c)  $\begin{cases} x = e^{-t} \\ y = e^{2t} \end{cases} \quad R: -2e^{3t}$

11. Calculați derivata secunda a funcției  $y(x) = \cos\left(\frac{\pi}{2} - ax\right)$ . Apoi, înlocuiți  $a = 1$  și verificați dacă se obține același rezultat atunci când începem cu înlocuirea constantei  $a$  cu 1 și apoi calculăm derivata secunda.

12. Dacă  $2y + \sin y + 5 = x^4 + 4x^3 + 2\pi$  calculați  $dy/dx$ .

R: 2. cu regula produsului a)  $(x^2 + 2x)e^x$  b)  $2(\cos^2 x - \sin^2 x) = 2\cos 2x$  d)  $\sin ax + ax \cos ax$  cu chain rule c)  $2\cos 2x$  e)  $\frac{a(x^a - x^{-a})}{x(x^a + x^{-a})}$  9.  $\frac{(t+2)^2}{2(t+1)^2}$  11.  $-\sin x$  în ambele cazuri