

Tema 5

1. Calculați limitele:

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 + x}{x^4 - 3x^2 + 1} \quad \text{b) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 + x - 2x^3}{1 + x^2 + 3x^3}$$

2. Calculați limitele:

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow 1} (-3x^2 + 2x + 5) \quad \text{b) } \lim_{x \rightarrow -\infty} (-3x^3 + 2x^2 - x) \quad \text{c) } \lim_{x \rightarrow -\infty} (x^4 + 2x)$$

3. Calculați limitele:

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x^2} - 1}{x} \quad \text{b) } \lim_{x \rightarrow 7} \frac{2 - \sqrt{x-3}}{x^2 - 49} \quad \text{c) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{1+x^2} - 1}{x^2}$$

4. Calculați limitele:

$$\begin{array}{llll} \text{a) } \lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{1}{2}\right)^x & \text{b) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{3}\right)^x & \text{c) } \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{1}{5}\right)^x & \text{d) } \lim_{x \rightarrow \frac{1}{4}} \log_{\frac{1}{2}} x \\ \text{e) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3}{e^x} & \text{f) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3}{\ln x} & \text{g) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{e^x} & \end{array}$$

5. Arătați cu definiția cu șiruri că funcția $f(x) = \cos\left(\frac{1}{x}\right)$ nu are limită în $x_0 = 0$.

6. Arătați cu definiția că $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^{-x} = 0$.