Tema 12

1. Să se studieze aplicabilitatea teoremei Lagrange în cazul funcțiilor:

A) $f(x)=\begin{cases} x^2, & x\in[0,1] \\ 2x-1, & x\in(1,2] \end{cases}$ B) $f(x)=\begin{cases} \dfrac{x}{2}+1, & x\in[-4,0] \\ \sqrt{x+1}, & x\in(0,3] \end{cases}$

2. Să se determine abscisa unui punct c în care tangenta la curba de ecuație $f(x)=\sqrt{x+1}$ este paralelă cu coarda ce unește punctele $x=0$ și $x=3$.

3. Pe arcul de parabolă $y=x^2$ dintre punctele $A(1,1)$ și $B(3,9)$ determinați un punct în care tangenta la parabolă este paralelă cu segmentul *AB*.

$R:(2,4)$

4. Să se determine constanta ξ care intervine în teorema Cauchy pentru următoarele funcții:

$$f(x)=\begin{cases} \sqrt{x+3}, & x\in[-2,1) \\ \dfrac{x}{4}+\dfrac{7}{4}, & x\in[1,5] \end{cases} \qquad \varphi(x)=x$$

5. Să se determine punctele de maxim și de minim ale următoarelor funcții în domeniul specificat:

a) $f(x)=2x^6-x^3+3, \quad x\in\left[-\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right]$

b) $f(x)=2\cos x+x^2, \quad x\in R$

c) $f(x)=\dfrac{x}{1+x^2}, \quad x\in R$

d) $f(x)=e^x-x+1, \quad x\in R$

6. Fie functia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\sqrt{x^2+1}-x$. Aratati ca functia este descrescatoare pe $\mathbb{R}$.
7. Fie functia $f:(0,\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{\ln x}{x}$. Determinati punctele de extrem ale functiei.
8. Determinați intervalele de convexitate și punctele de inflexiune ale graficelor următoarelor funcții:

a) $y = x^3 - 6x^2 + 12x + 4$ b) $y = (x+1)^4$

c) $y = x - \sin x$ d) $y = x^2 \ln x$

9. Fie functia $f:(1,\infty) \to \mathbb{R}$, $f(x) = \ln(\ln x)$
   a. Determinati ecuatia tangentei la graficul functiei in punctul de abscisa $x = e$.
   b. Demonstrati ca functia este concava.

R: a) $y = \frac{1}{e}x - 1$

10. Fie functia $f:(0,\infty) \to \mathbb{R}$, $f(x) = x + \frac{1}{x}$
    a. Determinati valoarea minima a functiei.
    b. Aratati ca functia este convexa.

R: a) 2