

Tema 11

1. Cu teorema de derivare a funcției inverse calculați derivata funcției inverse x'_y dacă:

a) $y = 2x + x^3$ b) $y = x - \frac{1}{2} \sin x$ c) $y = 0.1x + e^{\frac{x}{2}}$

2. Determinați y' dacă: $y = (\cos x)^{\sin x}$, $y = \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x$, $y = (\operatorname{arctg} x)^x$.

3. Cu formula Leibniz, determinați $y^{(n)}$, dacă:

a) $y = xe^x$ b) $y = (1 - x^2) \cos x$ c) $y = x^3 \ln x$

4. Pentru funcțiile date calculați:

a) $y = e^{-\frac{x^2}{2}}$ $d^2 y = ?$
b) $y = x^m$ $d^3 y = ?$

5. Calculați $\frac{dy}{dx}$ pentru funcțiile date parametric:

a) $\begin{cases} x = 2t - 1 \\ y = t^3 \end{cases}$ $R: \frac{3}{2} t^2$

b) $\begin{cases} x = a \cos^3 t \\ y = b \sin^3 t \end{cases}$ $R: -\frac{b}{a} \operatorname{tg} t$

c) $\begin{cases} x = e^{-t} \\ y = e^{2t} \end{cases}$ $R: -2e^{3t}$

d) $\begin{cases} x = \sqrt{t^2 + 1} \\ y = \frac{t - 1}{\sqrt{t^2 + 1}} \end{cases}$ $R: \frac{t + 1}{t(t^2 + 1)}$

6. Calculați $\frac{dy}{dx}$ când $t = \frac{\pi}{4}$ dacă $\begin{cases} x = e^t \cos t \\ y = e^t \sin t \end{cases}$

7. Calculați $\frac{d^2 y}{dx^2}$ pentru funcțiile date parametric: $\begin{cases} x = \ln t \\ y = t^3 \end{cases}$ $R: 9t^3$

8. Să se studieze aplicabilitatea teoremei lui Rolle pentru funcția:

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{x^2 + 1}, & x \in [-1, 0] \\ \sqrt{x + 1}, & x \in (0, 1] \end{cases}$$