Set Probleme 7

I. Rezolvaţi ecuaţiile diferenţiale de ordin superior(poate fi redus ordinul):

1. $y'' = \dfrac{1}{x}$ $\qquad R: y(x) = x\ln|x| + C_1x + C_2$

2. $xy'' + y' = 0$ $\qquad R: y(x) = C_1\ln|x| + C_2$

3. $yy'' = y'^2$ $\qquad R: y(x) = C_2e^{C_1x}$

4. $(1+x^2)y'' + y'^2 + 1 = 0$ $\qquad R: y = (1+C_1^2)\ln|x+C_1| - C_1x + C_2$

II. Determinaţi soluţia particulară care verifică condiţiile iniţiale date.

$$\left(1+x^2\right)y'' - 2xy' = 0 \qquad x_0 = 0,\ y_0 = 0,\ y_0' = 3$$

R: $y(x) = 3x + x^3$

III. Formaţi o ecuaţie diferenţială liniară omogenă, cunoscând sistemul său fundamental de soluţii:

1. $y_1 = e^{3x}$, $y_2 = 2x-1$ $\qquad R: (5-6x)y'' + (18x-9)y' - 18y = 0$

2. $y_1 = e^x$, $y_2 = xe^x$ $\qquad R: y'' - 2y' + y = 0$

3. $y_1 = x$, $y_2 = x^2$ $\qquad R: x^2y'' - 2xy' + 2y = 0$

IV. Găsiţi soluţiile generale pentru ecuaţiile diferenţiale omogene cu coeficienţi constanţi:

1. $y'' - 6y' + 9y = 0$
2. $y'' - 2y' - 3y = 0$
3. $y'' - 8y' + 17y = 0$
4. $y'' + 5y' - 6y = 0$

V. Determinaţi soluţia particulară care verifică condiţiile iniţiale date.

$$\begin{cases} y'' + 2y' - 8y = 0 \\ y(0) = 2, \quad y'(0) = -1 \end{cases} \qquad R: y(x) = \frac{1}{2}e^{2x} + \frac{1}{2}e^{-4x}$$

VI. Găsiţi soluţiile generale pentru ecuaţiile diferenţiale omogene cu coeficienţi constanţi:

1. $y''' - y' = 0$

2. $y''' - y = 0$

3. $y^{(4)} - y = 0$

4. $y'' - 9y = 0$

5. $y'' - y' = 0$

6. $y^{(4)} - 6y'' + 9y = 0$

7. $y''' - 3y'' + 3y' - y = 0$