

Set Probleme 5

I. Determinați dacă funcțiile $y = y(x)$ indicate sunt soluții ale ecuațiilor diferențiale date.

1. $xy' = 2y$ $y = 5x^2$ R: da

2. $y'^2 = x^2 + y^2$ $y = \frac{1}{x}$ R: nu

3. $y'' + y = 0$ $y = 3\sin x - 4\cos x$ R: da

4. $y'' - 2y' + y = 0$ $y = xe^x$ R: da

II. Determinați curba din familia $y = C_1e^x + C_2e^{-2x}$ pentru care $y(0) = 1$ și $y'(0) = -2$. R: $y = e^{-2x}$

III. Sa se determine solutia singulara pentru ecuatia diferentiala $\frac{dy}{dx} = \sqrt{y}$, $y \geq 0$.

Sa se reprezinte grafic curbele integrale din solutia generala.

R: $y = 0$

IV. Să se determine soluțiile ecuațiilor diferențiale cu variabile separabile:

1. $2xy \, dy + (1 + y^2) \, dx = 0$ R: $x(1 + y^2) = C$

2. $xy' = y^3 + y$ R: $x\sqrt{1 + y^2} - Cy = 0$, $y = 0$

3. $x \, dy - y \, dx = y^2 \, dx$ R: $x + \frac{x}{y} = C$

4. $y' \, \operatorname{tg} x - y = 0$ R: $y = C \sin x$

5. $y' = (8x + 2y + 1)^2$ R: $z = 2 \operatorname{tg}(4x + C)$

V. Să se determine soluțiile ecuațiilor diferențiale omogene:

1. $y' = e^{\frac{y}{x}} + \frac{y}{x}$ R: $y = -x \ln \left| \ln \frac{C}{x} \right|$

2. $xy' = \sqrt{x^2 - y^2} + y$ R: $y = x \sin \ln |Cx|$, $y = x$, $y = -x$

3. $y' = \frac{y}{x} + \operatorname{tg} \frac{y}{x}$ R: $\sin \frac{y}{x} = Cx$

4. $(\sqrt{x^2 + y^2} + y) \, dx = x \, dy$ R: $x^2 = C(y + \sqrt{x^2 + y^2})$

5. $(x^2 + xy + y^2) \, dx - x^2 \, dy = 0$ R: $y = x \operatorname{tg}(Cx)$

6. $\left(x - y \cos \frac{y}{x}\right) \, dx + x \cos \frac{y}{x} \, dy = 0$ R: $x = Ce^{-\sin \frac{y}{x}}$