Set Probleme 3

I. Scrieţi primii patru termeni ai dezvoltării în serie Maclaurin ai funcţiilor:

a) $f(x)=(1+x)^{\frac{1}{3}}$ b) $f(x)=\ln(1-x)$

R: a) $1+\frac{x}{3}-\frac{x^2}{3^2}+\frac{5}{3^4}x^3-\cdots$ b) $-x-\frac{x^2}{2}-\frac{x^3}{3}-\frac{x^4}{4}$ ...

II. Dezvoltaţi următoarele funcţii în serie Maclaurin şi indicaţi intervalele de convergenţă pentru seriile obţinute. Recomandare: utilizaţi dezvoltările funcţiilor elementare cunoscute:

1. $\frac{1}{2+3x}$ 2. chx 3. $\sqrt[3]{1+x^3}$

R: 1. $\frac{1}{2}-\frac{3}{2^3}x+\frac{3^2}{2^3}x^2-\frac{3^3}{2^4}x^3+\cdots$ 2.$1+\frac{x^2}{2!}+\frac{x^4}{4!}+\cdots$ 3. $1+\frac{x^3}{3}-\frac{x^6}{9}+\frac{5}{81}x^9-\cdots$

III. Dezvoltaţi următoarele funcţii în serie Taylor şi indicaţi intervalele de convergenţă pentru seriile obţinute.

1. $\frac{1}{x}$, $x_0=-3$ 2. $\sin x$, $x_0=\frac{\pi}{2}$ 3. $\cos x$, $x_0=\frac{\pi}{2}$

4. $\ln(2x-1)$, $x_0=1$ 5. e^{-x}, $x_0=-1$ 6. $\sqrt{x+1}$, $x_0=1$

R: 1. $-1/3-1/9(x+3)-1/27(x+3)^2-1/81(x+3)^3$... 2. $1-(x-\pi/2)^2/2!+(x-\pi/2)^4/4!-$...
3. $-(x-\pi/2)+(x-\pi/2)^3/3!-(x-\pi/2)^5/5!+$... 4. $2(x-1)-2(x-1)^2+8/3(x-1)^3-4(x-1)^4+$...
5. $e-e(x+1)+e(x+1)^2/2!-e(x+1)^3/3!+$... 6.

IV. Dezvoltati urmatoarele functii in serie Maclaurin:

a) $\frac{x}{x-1}$ b) $\sinh x$

R: a) $-x-x^2-x^3-\ldots$ $x\in(-1,1)$ b) $x+\frac{x^3}{3!}+\frac{x^5}{5!}+\ldots$ $x\in$ R