

### Set Probleme 11

1. Calculați  $\int_{\gamma} \bar{z} dz$  de la  $z=0$  la  $z=4+2i$  pe curba data de ecuația  $z(t)=t^2 + it$   
 Si b) aceeași integrală pe dreapta care unește  $z=0$  cu  $z=2i$  și apoi pe dreapta care unește  $z=2i$  cu  $z=4+2i$ .

R: a)  $10-8i/3$  b)  $2$  și  $8-8i$

2. Calculați integrala  $\int_{\gamma} (z^2 + z \cdot \bar{z}) dz$  unde  $\gamma$  este semicercul cu  $|z|=1$  și  $0 \leq \arg z \leq \pi$ .

R:  $-8/3$

3. Calculați integralele cu Leibniz-Newton:

$$\text{a) } \int_{1+i}^{-1-i} (2z+1) dz \quad \text{b) } \int_0^{1+i} e^z dz \quad \text{c) } \int_{-i}^i z e^{z^2} dz$$

R: a)  $-2-2i$  b)  $e \cos 1 - 1 + i \sin 1$  c)  $0$

4. Evaluați integrala  $\int_{\gamma} \frac{dz}{(1-z)^3}$  unde  $\gamma$  este cercul  $|z-1| = \frac{1}{2}$

R:  $0$

5. Fie  $C$  frontiera pătratului cu laturile pe dreptele  $x = \pm 3$  și  $y = \pm 3$ . Pentru un sens pozitiv de parcurgere al curbei  $C$  evaluați următoarele integrale:

$$\begin{aligned} \text{a) } \oint_C \frac{e^{-z}}{z-i\frac{\pi}{2}} dz & \quad \text{b) } \oint_C \frac{e^z}{z(z^2+10)} dz & \quad \text{c) } \oint_C \frac{\cos z}{\left(z-\frac{\pi}{4}\right)(z^2-10)} dz \\ \text{d) } \oint_C \frac{z^2}{(z-2)(z^2-10)} dz & \quad \text{e) } \oint_C \frac{e^z}{z^2-5z+4} dz \end{aligned}$$

Recomandare: folosiți formula integrală Cauchy

R: a)  $2\pi$  b)  $\frac{\pi i}{5}$  c)  $\frac{4\sqrt{2}\pi i}{\pi^2-160}$  d)  $-\frac{4\pi i}{3}$  e)  $-\frac{2}{3}\pi e i$

6. Folosind reziduurile evaluați integralele:

$$\text{a) } \int_{C(0,3)} \frac{dz}{(z+4)(z^2+1)} \quad \text{b) } \int_{C(0,3)} \frac{e^z dz}{z^3+z}$$

R: a)  $-\frac{2\pi i}{17}$  b)  $\pi i (2 - e^{-i} - e^i)$