Set Probleme 10

1. Aratati cu definitia ca functia f(z)=z^3-2z este derivabila in orice punct z din planul complex.

2. Aratati cu definitia ca f(z)=x-iy (conjugata complexa a lui z) nu are derivata in niciun punct din planul complex.

3. Arătaţi că următoarele funcţii sunt armonice:

$$\varphi(x,y)=arctg\frac{y}{x} \qquad \varphi(x,y)=\ln\left(x^2+y^2\right)$$

4. Determinaţi logaritmul numărului complex:

a) $z=i$ R: $i\left(2k+\frac{1}{2}\right)\pi$, $k\in\mathbb{Z}$ numerelor intregi

b) $z=-1-i$ R: $\ln\sqrt{2}+i\left(2k-\frac{3}{4}\right)\pi$

5. Calculati $\int_\gamma z^2dz$ pe dreapta ce uneste 0 cu 1 + i

R: $-\frac{2}{3}+\frac{2}{3}i$

4. Calculati $\int_\gamma \bar{z}dz$ pe dreapta ce uneste 0 cu 1 + i.

R: 1

5. Calculaţi integrala:

$$\int_\gamma\left(1+i-2\bar{z}\right)dz$$

unde γ este curba care conectează punctele $z_1=0$ şi $z_2=1+i$. Această curbă este:

a) un segment de dreaptă
b) un arc al parabolei $y=x^2$
c) o linie frântă $z_1z_3z_2$ cu $z_3=1$.

R: a) $2(i-1)$ b) $-2+\frac{4}{3}i$ c) -2