

Tema 1

1. Să se determine mulțimile A și B , știind că îndeplinesc simultan condițiile:

$$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$$

$$A \cap B = \{3, 4, 5, 6\}$$

$$A \cap \{6, 7, 8, 9\} = \{6, 7\}$$

$$B \cap \{1, 2\} \neq \emptyset$$

2. In clasa a XII-a sunt 50 de elevi. 27 dintre ei au fost în excursie, 22 elevi au fost la teatru, iar 23 au fost la concert. 11 dintre ei au fost și la concert și la teatru, 10 au fost și la teatru și în excursie, 13 au fost și în excursie și la concert, iar 4 elevi au participat la toate cele trei activități. Câți elevi nu au participat la nici una din activități? R: 8.

3. Rezolvați inegalitățile:

a) $|x-8| \leq 3$

b) $|x| > 11$

c) $|x| \leq 3$

d) $|x-1| > 10$

e) $|x-2| < 0.01$

4. Demonstrați cu definiția că:

a) limita șirului $\left\{ \frac{1}{n^2} \right\}$ este zero

b) limita șirului $\left\{ \frac{n}{n+1} \right\}$ este unu

5. Calculați:

a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+2)^2}{n^2}$

b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^3 - n^2 + 1}{n^4 + 16n + 2}$

c) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 - n + 5}{2n + 6}$

d) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{n^3 + 6} - n}{n + 1}$

e) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n!}{(n+1)! - n!}$

f) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2^n} \right)$

g) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^2} (1 + 2 + \dots + n)$

h) $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n+2} - \sqrt{n})$

i) $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 - 4n + 5} - n)$

6. Să se calculeze limita șirului $a_n = \frac{3^n}{n!}$

7. Cu criteriul Cauchy demonstrați convergența șirului:

$$a_n = \frac{\sin x}{2} + \frac{\sin 2x}{2^2} + \dots + \frac{\sin nx}{2^n}$$