

Tema 7

1. Să se studieze aplicabilitatea teoremei lui Rolle pentru funcția:

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{x^2+1}, & x \in [-1, 0] \\ \sqrt{x+1}, & x \in (0, 1] \end{cases}$$

2. Să se studieze aplicabilitatea teoremei Lagrange în cazul funcțiilor:

$$\text{A) } f(x) = \begin{cases} x^2, & x \in [0, 1] \\ 2x-1, & x \in (1, 2] \end{cases} \quad \text{B) } f(x) = \begin{cases} \frac{x}{2}+1, & x \in [-4, 0] \\ \sqrt{x+1}, & x \in (0, 3] \end{cases}$$

3. Să se determine abscisa unui punct c în care tangenta la curba de ecuație $f(x) = \sqrt{x+1}$ este paralelă cu coarda ce unește punctele $x = 0$ și $x = 3$.

4. Să se determine constanta ξ care intervine în teorema Cauchy pentru următoarele funcții:

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{x+3}, & x \in [-2, 1] \\ \frac{x}{4} + \frac{7}{4}, & x \in [1, 5] \end{cases} \quad \varphi(x) = x$$

5. Să se calculeze cu regula L'Hospital:

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - x}{x - \sin x}$

b) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^x - x}{\ln x - x + 1}$

c) $\lim_{x \rightarrow 0, x > 0} x^2 \ln x$

d) $\lim_{x \rightarrow 0, x > 0} x^{\operatorname{tg} x}$

e) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{\sin^2 x} - \frac{1}{x^2} \right)$

f) $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos 2x)^{\frac{3}{x^2}}$

g) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cos x - \sin x}{x^3}$

h) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x^5}$

i) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{\sqrt[3]{x}}$

j) $\lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{1}{x-3} - \frac{1}{x^2-x-6} \right)$

k) $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x}{x-1} - \frac{1}{\ln x} \right)$

l) $\lim_{x \rightarrow 1} (1-x) \operatorname{tg} \frac{\pi x}{2}$

m) $\lim_{x \rightarrow 0} (x)^{\sin x}$

n) $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^{\frac{1}{x}}$

o) $\lim_{x \rightarrow 1} (1-x)^{\cos \frac{\pi x}{2}}$