

UNIVERSITATEA DE VEST DIN TIMIȘOARA

FACULTATEA DE FIZICĂ

TEZĂ DE DOCTORAT

(Rezumat + cuvinte cheie + cuprins)

Împrăștierea fermionilor pe găuri negre cu simetrie sferică

Coordonator științific,
Prof.univ.dr. COTĂESCU I. Ion

Doctorand,
SPOREA Adrian-Ciprian

Timișoara,
2016

Cuvinte cheie: găuri negre, ecuația Dirac, fermioni, spații-timp curbate, secțiuni diferențiale de împrăștiere, secțiunea de absorbție, polarizarea, glory, orbiting scattering, radiația Hawking, factorii de formă, analiza în unde parțiale, teoria cuantică de câmp, teoria relativității generale.

Rezumat

Teza de față abordează unele aspecte ale fenomenelor de împrăștiere pe găuri negre, axându-se în principal pe studiul împrăștierii fermionilor Dirac pe găuri negre cu simetrie sferică. Acest subiect se încadrează în tema mai generală a teoriei de câmp pe spații-timp curbate.

Teza este structurată după cum urmează:

Capitol 1, intitulat *Introducere*, începe cu o expunere generală a problemei împrăștierii fermionilor pe găuri negre, urmată de o scurtă prezentare a principalelor studii existente până la acest moment în literatura de specialitate. Restul introducerii este dedicat expunerii pe scurt a fiecărui capitol în parte.

În următoarele trei capitole (respectiv capitolele 2, 3 și 4) sunt introduse principalele noțiuni și concepte care vor fi folosite ulterior în capitolele 5, 6 și 7, capitole care includ rezultatele originale prezentate în teză.

Capitolul 2, intitulat *Găuri negre cu simetrie sferică*, începe cu o scurtă introducere a ecuațiilor Einstein din Teoria Generală a Relativității și se continuă cu o prezentare detaliată a obținerii tensorului metric caracteristic unui spațiu-timp omogen și izotrop. Restul capitolului este dedicat aproape în întregime obținerii de soluții, tip gaură neagră cu simetrie sferică, ale ecuațiilor Einstein și anume: soluția Schwarzschild, soluția Reissner-Nordstrom (gaură neagră încărcată electric) și respectiv, soluția Schwarzschild-de Sitter. În ultima parte a capitolului este discutat pe scurt mișcarea clasică în geometria unei găuri negre așa cum rezultă din ecuațiile geodezice.

Capitolul 3, intitulat *Ecuația Dirac pe spații-timp curbate*, este dedicat studiului ecuației Dirac pe spații-timp curbate, cu un accent pe studierea hărților cu simetrie centrală. După prezentarea generală a ecuației Dirac se trece la definirea etalonării Carteziene. În continuare am studiat ecuația Dirac în această etalonare, punând accentul pe separarea variabilelor unghiulare. Trebuie menționat aici faptul că unul dintre principalele avantaje ale etalonării Carteziene (în comparație cu alte etalonări folosite în literatură) este acela că soluțiile ecuațiilor unghiulare, care rezultă după separarea variabilelor, coincid cu spinorii sferici ai ecuației Dirac în problemele cu simetrie centrală de pe spațiul-timp Minkovski. Așadar, mai rămâne de rezolvat doar un sistem de ecuații radiale a căror formă depinde de geometria spațiu-timp avută în considerare. În general aceste ecuații radiale sunt prea complicate pentru a putea fi rezolvate analitic, motiv pentru care folosirea metodelor numerice în rezolvarea ecuațiilor devine obligatorie. Cu toate acestea, așa cum vom arăta în capitolele 5, 6 și 7, pot fi găsite soluții analitice aproximative care sunt valabile

doar în anumite regiuni ale geometriei. În ultima parte a capitolului exemplificăm puterea etalonării Carteziene prin aplicarea ei la rezolvarea ecuației Dirac în geometria unei găuri negre multidimensionale. Soluțiile noi obținute reprezintă de fapt unul din rezultatele originale ale aceste teze, rezultate care au fost publicate în lucrarea cu titlul „New modes for massive Dirac field in higher dimensional Black Holes” (C.A. Sporea, A. Borowiec, Mod. Phys. Lett. A, Vol. 30 (2015) 1550145).

În Capitolul 4, intitulat *Analiza în unde parțiale*, este prezentată metoda analizei în unde parțiale care constă practic în găsirea diferențelor de fază cu ajutorul cărora pot fi calculate ulterior toate mărimile caracteristice împrăstierii (secțiunile diferențiale și totale, gradul de polarizare). Din punct de vedere fizic interacțiunea dintre o undă plană și câmpul gravitațional produs de o gaură neagră se reduce la apariția unei diferențe de fază în unda plană împrăștiată. În ultima parte a capitolului prezentăm un exemplu pedagogic de determinare a diferențelor de fază cu ajutorul analizei în unde parțiale prin aplicarea acesteia la problema împrăstierii Dirac-Coulomb relativiste cu scopul de exemplificare a pașilor care vor fi urmați în capitolele 5 și 6 la determinarea diferențelor de faza în cazul împrăstierii pe găuri negre Schwarzschild și respectiv Reissner-Nordstrom.

Capitolul 5, împreună cu capitolele 6 și 7 conțin contribuțiile originale ale acestei Teze de Doctorat, rezultate pe care dorim să le prezentăm pe scurt în cele ce urmează. Cel mai important rezultat științific obținut în această teză este determinarea și găsirea unor expresii analitice pentru diferențele de fază δ_k în cazul împrăstierii fermionilor pe o gaură neagră de tip Schwarzschild și respectiv, pe o gaură neagră Reissner-Nordstrom încarcată electric. Merită subliniat faptul că, în ciuda seniorității acestei probleme, rezultatul nostru este primul rezultat analitic obținut până acum în literatura de specialitate; studiile deja existente s-au bazat în principal pe metode numerice sau în cel mai bun caz pe o combinație de metode analitice și numerice. Un alt rezultat important obținut pentru prima dată în această Teză este găsirea și deducerea unor expresii analitice pentru factorii de formă (greybody factors) caracteristici fermionilor de joasă energie emiși sub formă de radiație Hawking de către o gaură neagră Schwarzschild-de Sitter (SdS). Precizăm că rezultatele noastre analitice sunt în bun acord cu cele obținute folosind metode numerice.

În Capitolul 5, intitulat *Împrăștierea pe gaură neagră Schwarzschild*, este studiată în profunzime problema împrăstierii fermionilor pe o gaură neagră de tip Schwarzschild. Astfel, capitolul începe cu o scurtă prezentare a rezultatelor relevante obținute în literatură cu ajutorul metodelor de împrăștiere clasice și semi-clasice. În continuare sunt prezentate soluțiile analitice aproximative ale ecuației Dirac în geometria Schwarzschild, punându-se accentul pe soluțiile de împrăștiere care vor fi folosite pentru obținerea diferențelor de fază δ_k cu ajutorul analizei în unde parțiale. Limita Newtoniană și problema condițiilor pe frontieră sunt de asemenea abordate. Cu ajutorul diferențelor de fază se calculează forma explicită a secțiunilor de împrăștiere (diferențială, totală și de absorbție), precum și gradul de polarizare. Ultima parte a capitolului este dedicată interpretării fizice folosindu-ne de analiza grafică a rezultatelor

conținute în expresii analitice complexe. Rezultatele noastre referitoare la împrăștierea undelor cu spin $\frac{1}{2}$ pe o gaură neagră Schwarzschild ne indică prezența fenomenelor de glory (i.e. împrăștierea înapoi la unghiuri apropiate de π) și de orbiting/spiral scattering (prezența oscilațiilor în amplitudinea de împrăștiere) confirmând astfel rezultatele altor studii din literatură. Pe lângă dependența de unghiul θ a împrăștierii înainte și înapoi, este analizată de asemenea și dependența de energie a secțiunii diferențiale de împrăștiere. Un fascicul de unde incidente nepolarizat poate deveni parțial polarizat în urma împrăștierii pe o gaură neagră. A fost discutată de asemenea și dependența gradului de polarizare cu masa găurii negre, precum și polarizarea pe o direcție ortogonală cu planul de împrăștiere (polarizarea Mott). Analiza grafică se încheie cu studierea secțiunii de absorbție. Principalele rezultate din acest capitol au fost publicate în „Partial wave analysis of the Dirac fermions scattered from Schwarzschild black holes” (I.I. Cotaescu, C. Crucean, *C.A. Sporea*, Eur. Phys. J. C, Vol. 76:102, 2016).

Capitolul 6, intitulat *Împrăștierea pe o gaură neagră Reissner-Nordstrom*, urmează în mare structura capitolului precedent cu deosebirea majoră că în acest capitol am studiat și problema stărilor legate în geometria Reissner-Nordstrom. O analiză preliminară ne indică faptul că aceste stări legate sunt de fapt stări meta-stabile, fiind necesare însă și alte studii suplimentare care să confirme acest lucru. Stările legate sunt conținute în soluțiile care formează spectrul discret, în timp ce stările de împrăștiere fac parte din spectrul continuu. Atât stările discrete cât și cele de împrăștiere, mai sus amintite, ale ecuației Dirac în geometria Reissner-Nordstrom au fost obținute pentru prima dată în teza de față. Întregul capitol este axat în principal pe găsirea diferențelor de fază caracteristice împrăștierii, precum și pe analiza rezultatelor împrăștierii folosind metode grafice cu deosebirea că acum secțiunea diferențială de împrăștiere, absorbția și respectiv, polarizarea vor depinde și de sarcina electrică a fermionilor precum și de sarcina electrică a găurii negre. O parte din rezultatele prezentate în acest capitol au fost publicate în „Partial wave analysis of the Dirac fermions scattered from Reissner - Nordstrom charged black holes” (I.I. Cotaescu, C. Crucean, *C.A. Sporea*, Eur. Phys. J. C, Vol. 76:413, 2016).

În capitolul 7, intitulat *Împrăștierea pe o gaură neagră Schwarzschild-de Sitter*, este discutată problema factorilor de formă (greybody factors) caracteristici fermionilor de joasă energie emiși sub formă de radiație Hawking de către o gaură neagră Schwarzschild-de Sitter (SdS). Capitolul începe cu o scurtă introducere în teoria radiației Hawking și se continuă apoi cu găsirea de soluții analitice aproximative ale ecuației Dirac valide în vecinătatea orizontului găurii negre SdS, în vecinătatea orizontului cosmologic și respectiv, într-o regiune dintre cele două orizonturi. În urma conectării acestor soluții două câte două este posibilă calcularea secțiunii de absorbție și implicit găsirea unei expresii analitice (valabilă doar la energii mici) pentru factorii de formă. În încheiere este prezentată o scurtă discuție a spectrului energiei radiației Hawking emise sub formă de fermioni de o gaură neagră SdS. Acest capitol a avut la bază o lucrare deja publicată, și anume “Low energy Greybody factors for fermions emitted by a Schwarzschild-de Sitter black hole” (*C.A. Sporea*, A. Borowiec, Int. J. Mod. Phys. D, Vol. 25, No. 4 (2016) 1650043).

Teza se încheie cu o serie de 4 Anexe, dintre care cea mai importantă este Anexa D), în care sunt prezentate o parte semnificativă a programelor Maple (dezvoltate de autor cu Maple 2015) folosite în această Teză. Aceste programe au fost folosite în special pentru rezolvarea ecuației Dirac, pentru analiza grafică a secțiunilor de împrăștiere, a absorbției, a polarizării precum și a factorilor de formă (greybody factors) și a spectrului radiației Hawking emise.

Cuprins

Prefață	i
Acknowledgements	ii
Lista articolelor publicate	iv
1 Introducere	1
2 Găuri negre cu simetrie sferică	6
2.1 Ecuțiile de câmp Einstein	6
2.2 Spații-timp statice și izotrope	7
2.3 Soluții ale ecuațiilor Einstein	8
2.3.1 Soluția Schwarzschild	8
2.3.2 Soluția Schwarzschild - de Sitter	10
2.3.3 Soluția Reissner-Nordström	11
2.4 Geodezice în geometria unei găuri negre	13
3 Ecuația Dirac pe spații-timp curbate	16
3.1 Ecuația Dirac	16
3.2 Gauge-ul Cartezian	19
3.2.1 Gauge-ul Cartezian în coordonate sferice	20
3.2.2 Ecuația Dirac în gauge-ul Cartezian	20
3.3 Separarea variabilelor sferice	21
3.4 Problema radială	23
3.5 Produsul scalar și curenții radiali	24
3.6 Soluții ale ecuației Dirac	25
3.6.1 Soluții în câmp extern Coulomb pe geometria Minkowski	25
3.6.2 Soluții în geometria unei găuri negre multidimensionale	27
4 Analiza în unde parțiale	33
4.1 Expansiunea undelor plane în armonice sferice	34
4.2 Defazajele de faza și amplitudinea de împrăștiere	35
4.3 Amplitudinile parțiale	36
4.4 Secțiuni de împrăștiere	37
4.4.1 Împrăștierea elastică	39
4.4.2 Împrăștierea inelastică. Absorbția	39
4.5 Exemplu: împrăștierea relativistă Dirac-Coulomb	40

5	Împrăștierea pe o gaură neagră Schwarzschild	42
5.1	Împrăștierea clasică și semi-clasică	42
5.2	Ecuția Dirac în geometria Schwarzschild	43
5.2.1	Soluții în apropierea orizontului găuri negre	45
5.2.2	Soluții analitice asimptotice. Modurile de împrăștiere	46
5.3	Analiza în unde parțiale. Defazajele de fază	47
5.3.1	Limita Newtoniană	50
5.4	Condiții pe frontieră	51
5.5	Secțiuni de împrăștiere	53
5.5.1	Împrăștierea elastică	53
5.5.2	Absorbția	53
5.6	Analiza grafică a rezultatelor	55
5.6.1	Împrăștierea înainte și înapoi	58
5.6.2	Dependența de energie	61
5.6.3	Gradul de polarizare	62
5.6.4	Secțiunea de absorbție	65
6	Împrăștierea pe o gaură neagră Reissner-Nordström	68
6.1	Ecuția Dirac în geometria Reissner-Nordström geometry	68
6.1.1	Soluții în apropierea orizontului găurii negre	70
6.2	Spinorii asimptotici în geometria Reissner-Nordström	71
6.3	Stări legate. Nivele discrete	72
6.4	Analiza în unde parțiale. Defazajele de fază	76
6.5	Analiza grafică a rezultatelor	78
6.5.1	Împrăștierea înainte și înapoi	78
6.5.2	Dependența de energie	81
6.5.3	Gradul de polarizare	81
6.5.4	Secțiunea de absorbție	85
7	Împrăștierea pe o gaură neagră Schwarzschild-de Sitter.	
	Greybody factors	90
7.1	Introducere	90
7.2	Radiația Hawking	91
7.3	Soluții ale ecuațiilor de câmp	92
7.3.1	Soluții în apropierea orizonturilor r_b și r_c	93
7.3.2	Soluții valabile în zona $r_b < r < r_c$	94
7.4	Greybody factors	96
7.5	Spectrul energiei	99

A GR + metrica statică și izotropă	102
A.1 Geodezice în geometria unei găuri negre	103
B Ecuația Dirac	105
C Funcții speciale	108
C.1 Armonicile sferice și polinoamele Legendre	108
C.2 Funcțiile Whittaker	109
D Programe Maple	110
Bibliografie	129